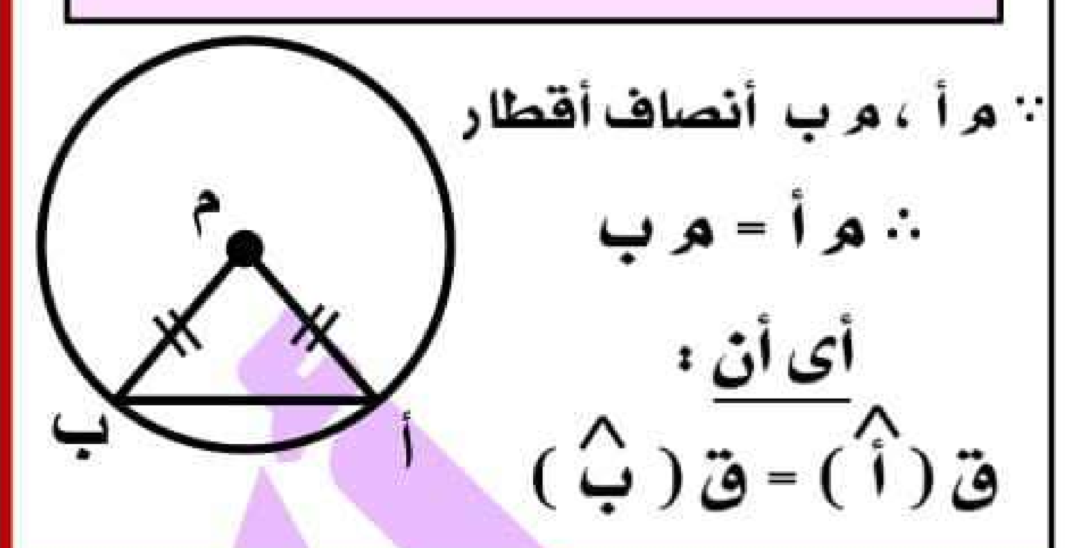
إعداد أ/ محمود عوض

# مفاهيم أساسية

**أنصاف الأقطار في الدائرة الواحدة متساوية في الطول**



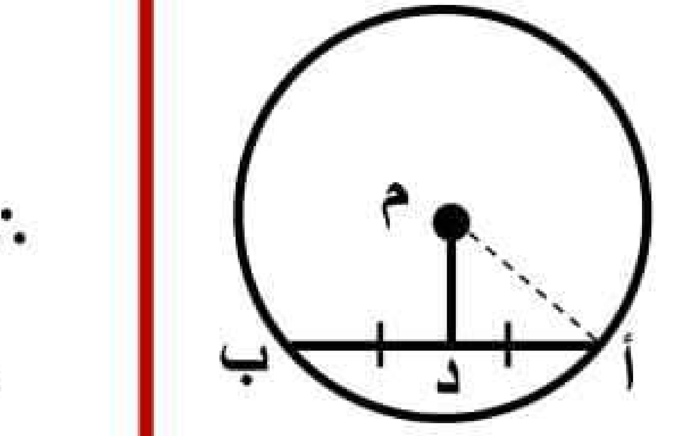

∵ م أ ، م ب أنصاف أقطار

∴ م أ = م ب

أي أن :

ق ( $\hat{أ}$ ) = ق ( $\hat{ب}$ )

**المستقيم المار بمركز الدائرة ومنتصف أي وتر فيها يكون عموديا على هذا الوتر**




∵ د منتصف الوتر $\overline{أ ب}$

∴ $\overline{م د} \perp \overline{أ ب}$

∴ ق ( م $\hat{د}$ أ ) = ٩٠°

**المستقيم المار بمركز الدائرة وعمودياً على أي وتر فيها ينصف هذا الوتر**

∵ $\overline{م د} \perp \overline{أ ب}$

∴ د منتصف $\overline{أ ب}$

∴ أ د = ½ د ب

# أوضاع مستقيم بالنسبة لدائرة

إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها نق ، أ نقطة ∈ المستقيم فإن المستقيم يكون :

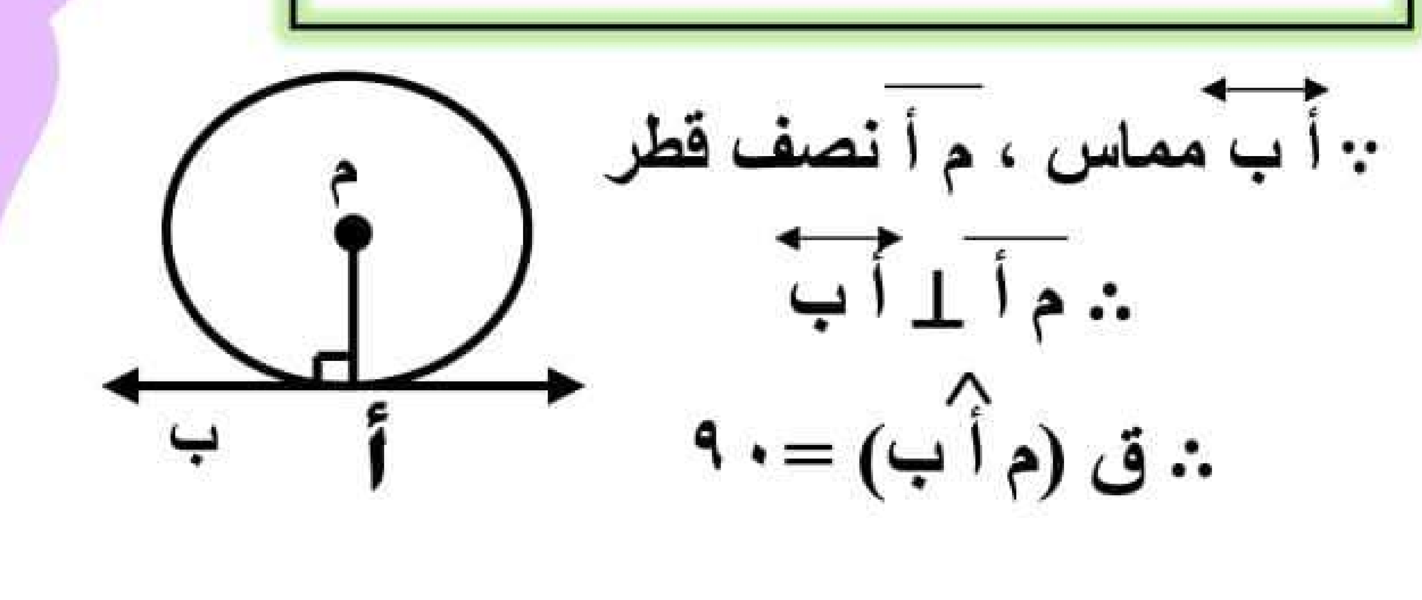
خارج الدائرة
إذا كان : م أ > نق



قاطع
إذا كان : م أ < نق

مماس
إذا كان : م أ = نق

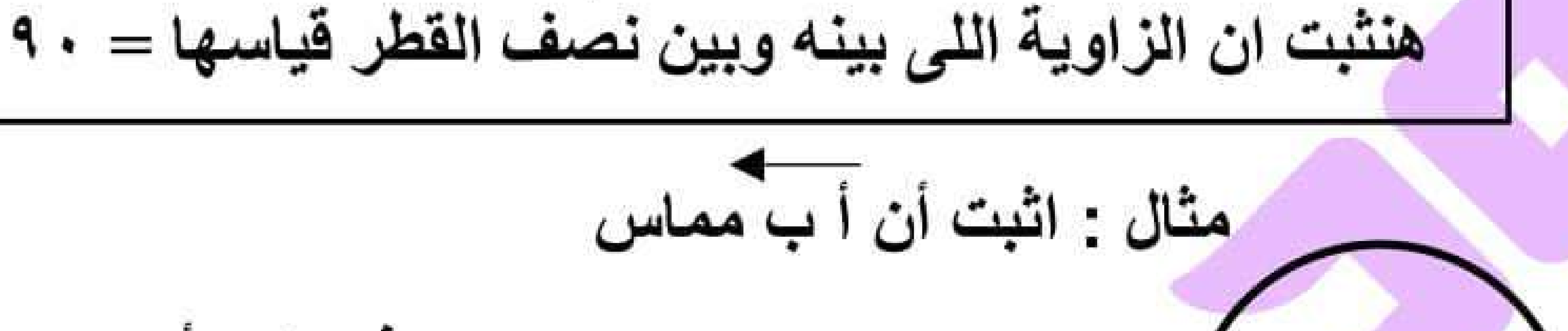
**المماس عمودى على نصف القطر**




∵ $\overleftrightarrow{أ ب}$ مماس ، $\overline{م أ}$ نصف قطر

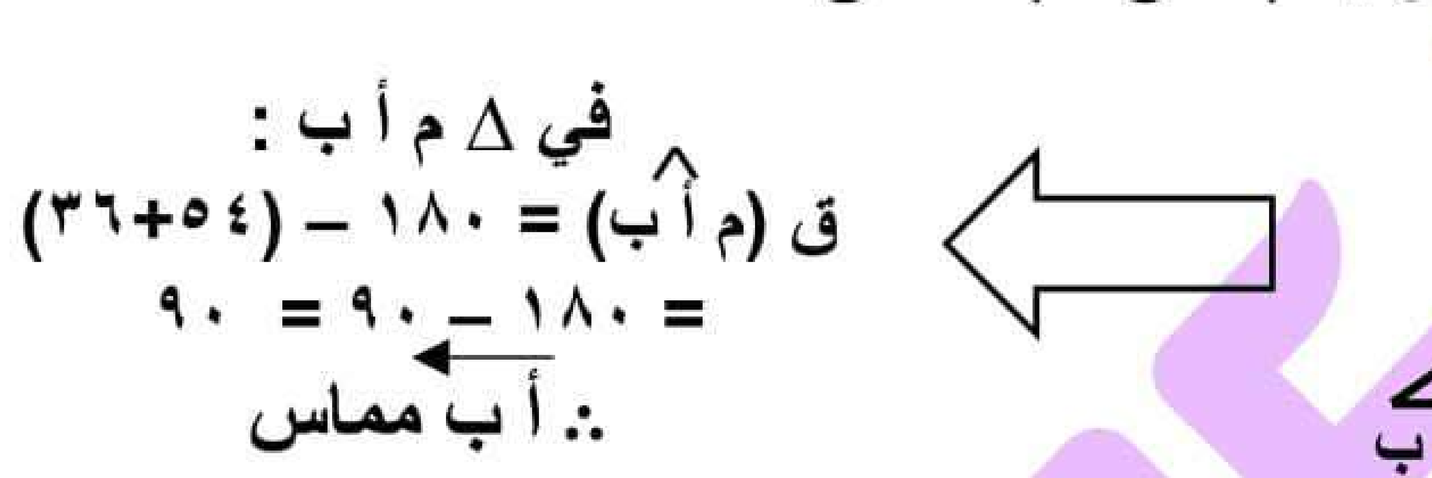
∴ $\overline{م أ} \perp \overleftrightarrow{أ ب}$

∴ ق ( م $\hat{أ}$ ب ) = ٩٠°



لإثبات أن المستقيم مماس
هنثبت ان الزاوية اللى بينه وبين نصف القطر قياسها = ٩٠

مثال : اثبت أن $\overleftarrow{أ ب}$ مماس




في Δ م أ ب :

ق ( م $\hat{أ}$ ب ) = ١٨٠ – ( ٥٤+٣٦ )

= ١٨٠ – ٩٠ = ٩٠

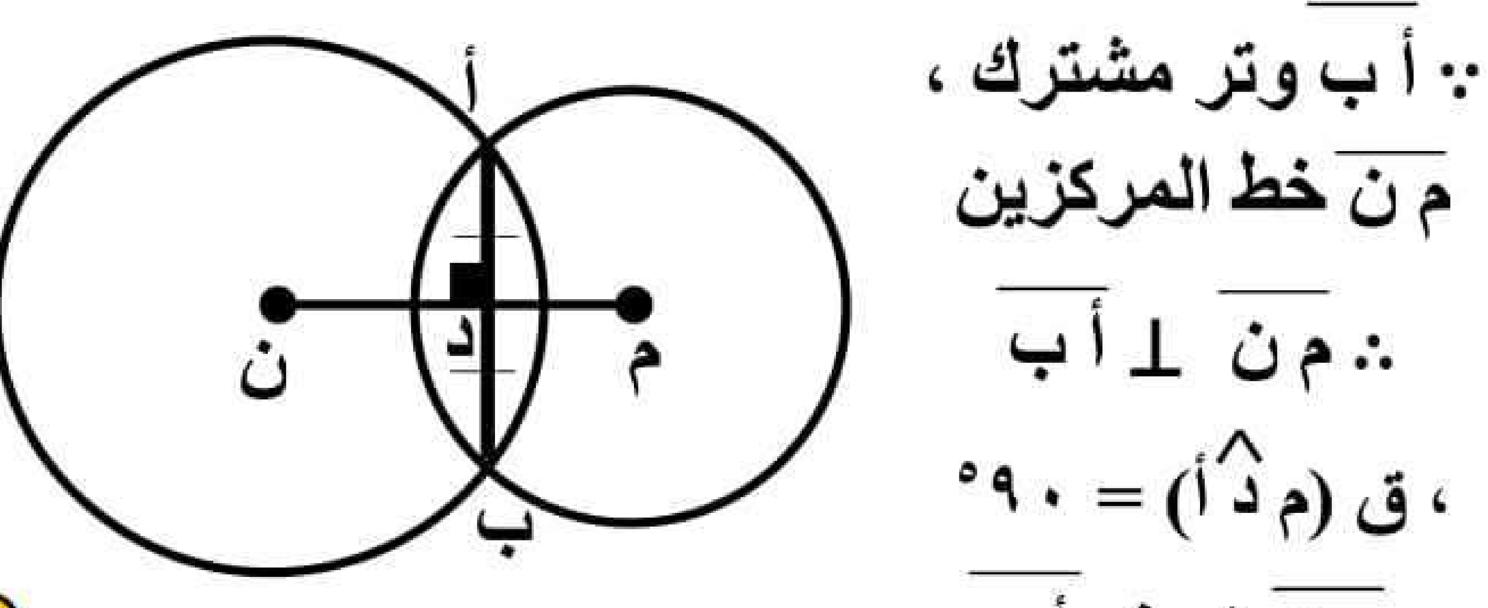
∴ $\overleftarrow{أ ب}$ مماس

# أوضاع دائرة بالنسبة لدائرة

إذا كانت م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما نق١ ، نق٢ ، م ن خط المركزين فإن الدائرتان يكونان :

| متماستان من الخارج | متماستان من الداخل | متقاطعتان | متباعدتان | متداخلتان | متحدتا المركز |
|---|---|---|---|---|---|
| إذا كان : | إذا كان : | إذا كان : | إذا كان : | إذا كان : | إذا كان : |
| م ن = نق١ + نق٢ | م ن = نق١ – نق٢ | نق١- نق٢ < م ن < نق١+ نق٢ | م ن > نق١ + نق٢ | م ن < نق١ - نق٢ | م ن = صفر |

**خط المركزين عمودى على الوتر المشترك وينصفه**




∵ $\overline{أ ب}$ وتر مشترك ،

$\overline{م ن}$ خط المركزين

∴ $\overline{م ن} \perp \overline{أ ب}$

، ق ( م $\hat{د}$ أ ) = ٩٠°

، $\overline{م ن}$ ينصف $\overline{أ ب}$

**خط المركزين عمودى على المماس المشترك**

∵ $\overleftrightarrow{أ ب}$ مماس مشترك ،

$\overline{م ن}$ خط المركزين

∴ $\overline{م ن} \perp \overleftrightarrow{أ ب}$

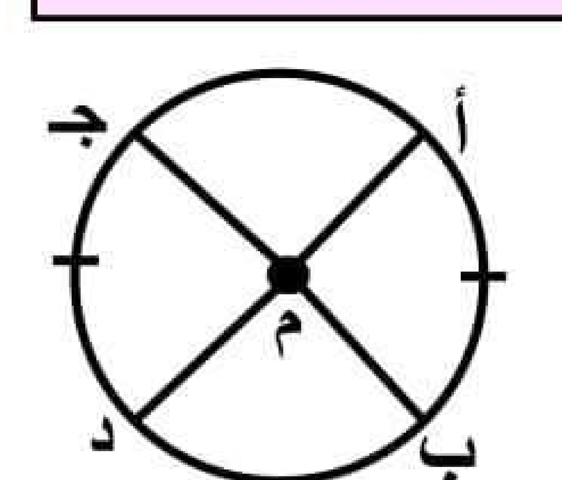
# الأقواس المتساوية

**الأقواس المتساوية في القياس متساوية في الطول والعكس صحيح**

إذا كان ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) = ق ($\overset{\frown}{جـ د}$)

فإن: طول $\overline{أ ب}$ = طول $\overline{جـ د}$

والعكس صحيح




**الوتر والمماس المتوازيان يحصران قوسان متساويان**

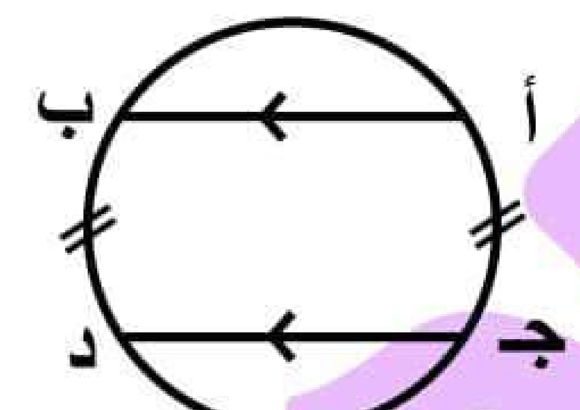
إذا كان $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$

فإن ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ق ($\overset{\frown}{ب جـ}$)

**الوتران المتوازيان يحصران بينهما قوسان متساويان**

إذا كان $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$

فإن ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ق ($\overset{\frown}{ب د}$)




**الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس**

إذا كان أ ب = جـ د

فإن : ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) = ق ($\overset{\frown}{جـ د}$)

والعكس صحيح

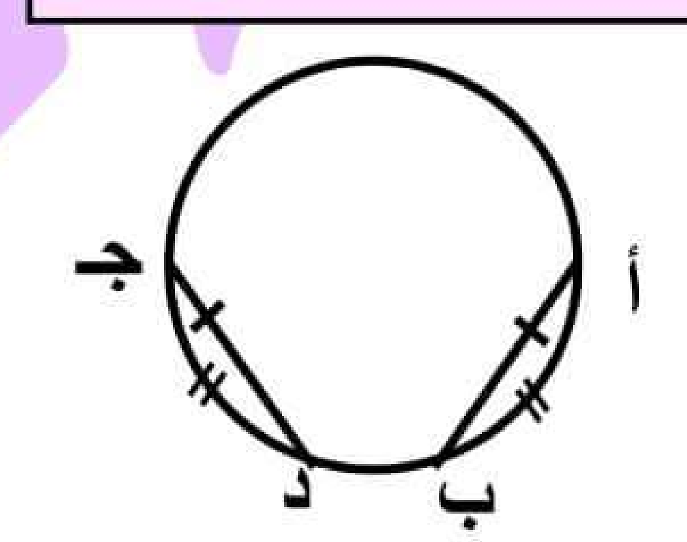
# الأوتار المتساوية

**الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس**

إذا كان أ ب = جـ د

فإن : ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) = ق ($\overset{\frown}{جـ د}$)

والعكس صحيح

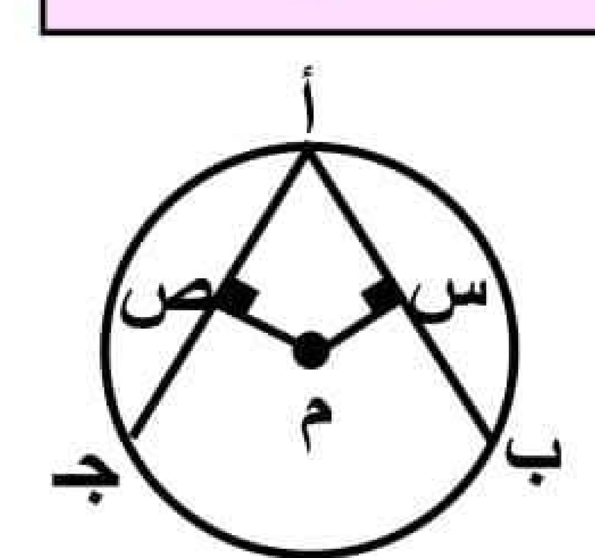



**الأوتار المتساوية في الطول أبعادها متساوية في الطول**

∵ أ ب = أ جـ (أوتار متساوية)

∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)

والعكس صحيح




- ❖ لو عندك وترين متساويين : استنتج ان البعدين متساويين والعكس.
- ❖ ولو طلب منك تثبت ان وترين متساويين : حاول تثبت ان البعدين متساويين والعكس.

# تمرين مشهور ١

هنستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين داخل الدائرة



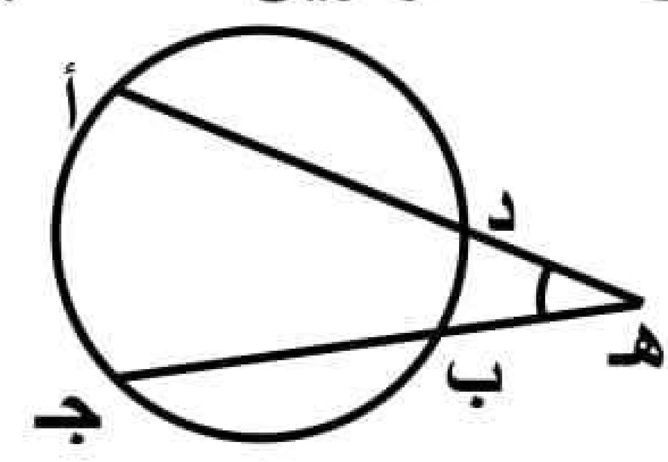

ق ( د $\hat{هـ}$ ب ) = $\frac{1}{2}$ [ ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) + ق ($\overset{\frown}{د ب}$) ]

ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ٢ ق(د $\hat{هـ}$ ب) – ق ($\overset{\frown}{د ب}$)

ق ($\overset{\frown}{د ب}$) = ٢ ق(د $\hat{هـ}$ ب) – ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$)

# تمرين مشهور ٢

هنستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين خارج الدائرة




ق ($\hat{هـ}$) = $\frac{1}{2}$ [ ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) – ق ($\overset{\frown}{د ب}$) ]

ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ق ($\overset{\frown}{د ب}$) + ٢ ق($\hat{هـ}$)

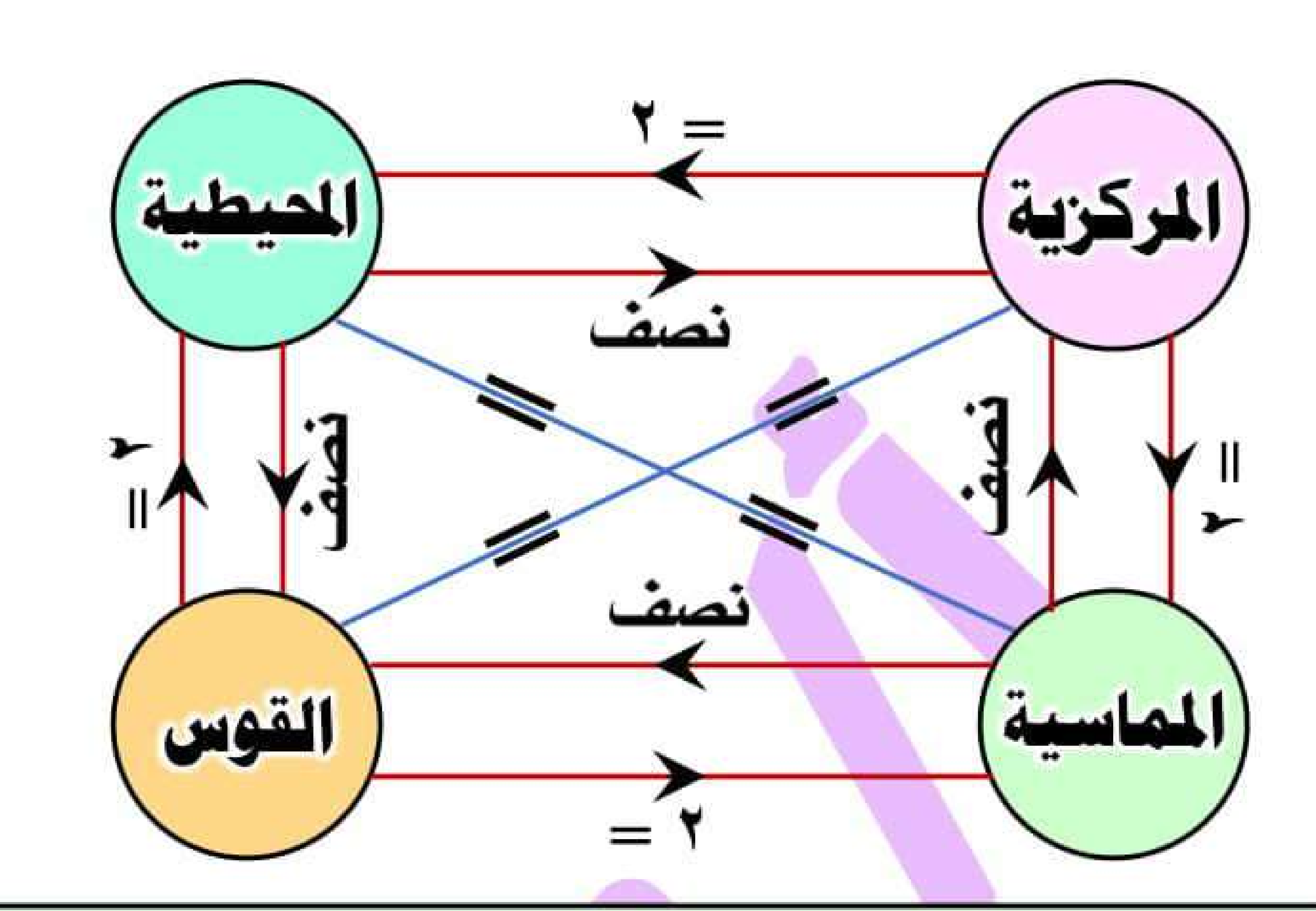
ق ($\overset{\frown}{د ب}$) = ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) – ٢ ق($\hat{هـ}$)

# العلاقات بين الزوايا

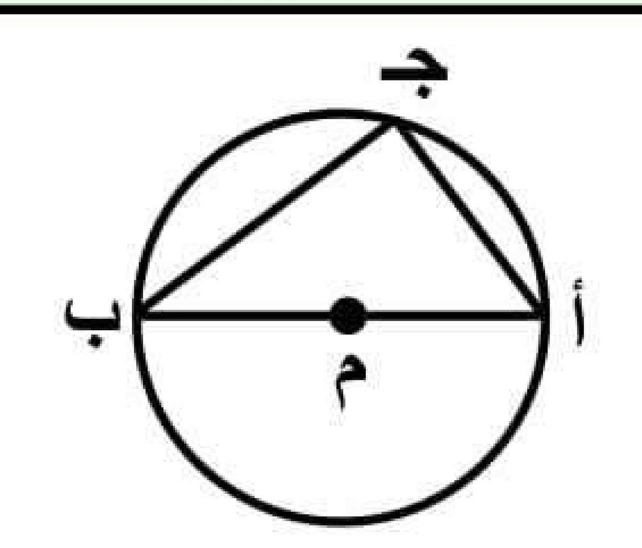
إعداد أ/ محمود عوض

◆ المحيطية = المماسية = $\frac{١}{٢}$ المركزية = $\frac{١}{٢}$ القوس

◆ المركزية = القوس = ٢ المحيطية = ٢ المماسية




### قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = ٩٠°

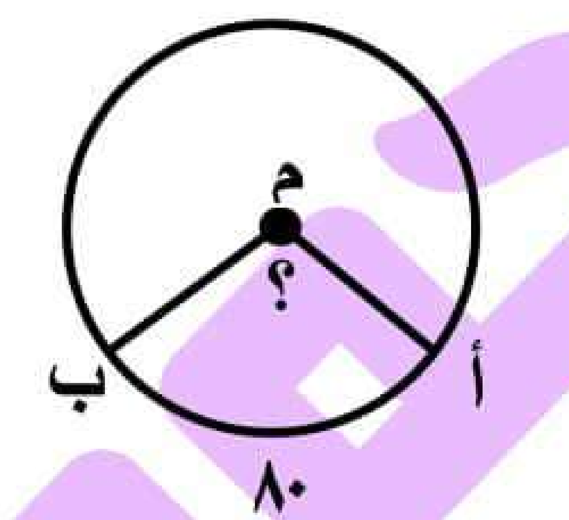


∵ $\overline{أ ب}$ قطر

∴ ق (أ $\hat{جـ}$ ب) المحيطية = ٩٠°

أي أن Δ أ جـ ب قائم

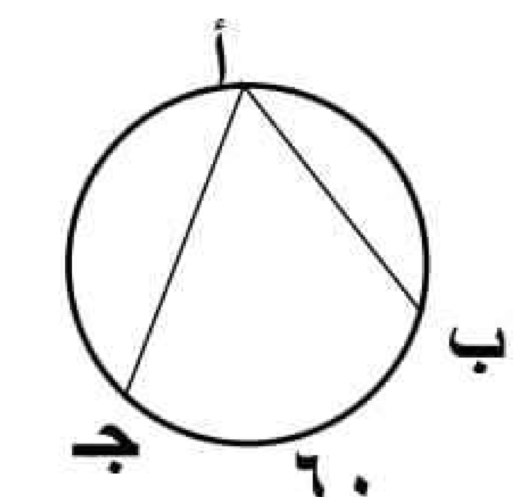
### قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها



∵ ق $(\overset{\frown}{أ ب})$ = ٨٠°

∴ ق$(\hat{م})$ المركزية = ٨٠°

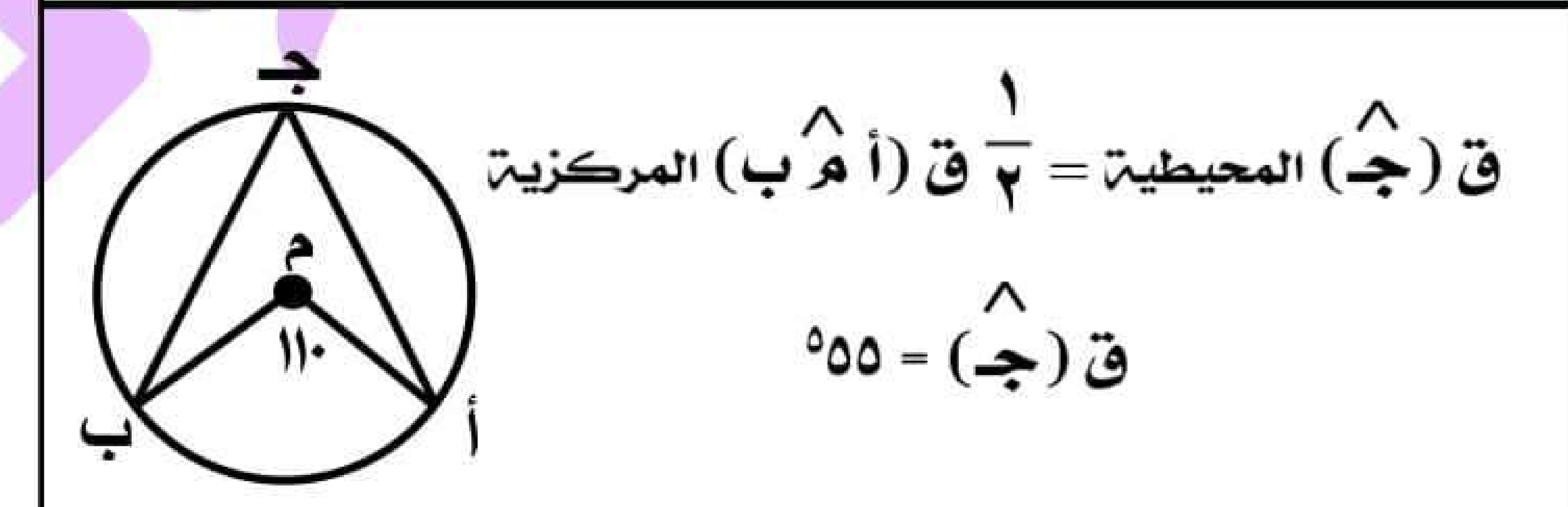
### قياس الزاوية المحيطية = $\frac{١}{٢}$ قياس القوس المقابل لها



∵ ق $(\overset{\frown}{ب جـ})$ = ٦٠°

∴ ق(ب $\hat{أ}$ جـ) المحيطية = ٣٠°

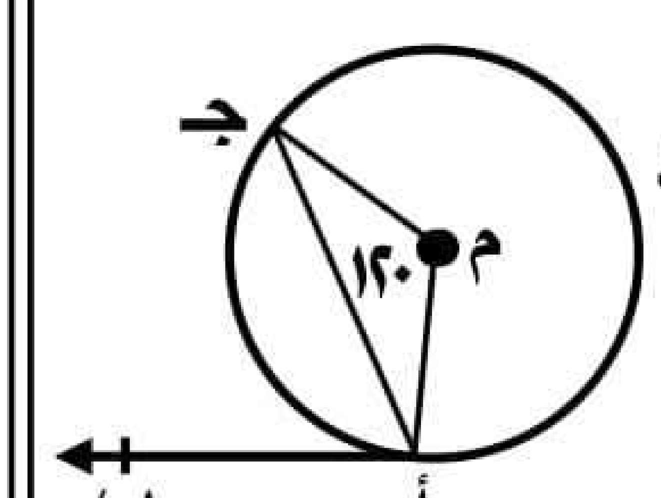
### قياس المحيطية = $\frac{١}{٢}$ قياس المركزية المشتركة معها في القوس



ق $(\hat{جـ})$ المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق (أ $\hat{م}$ ب) المركزية

ق $(\hat{جـ})$ = ٥٥°

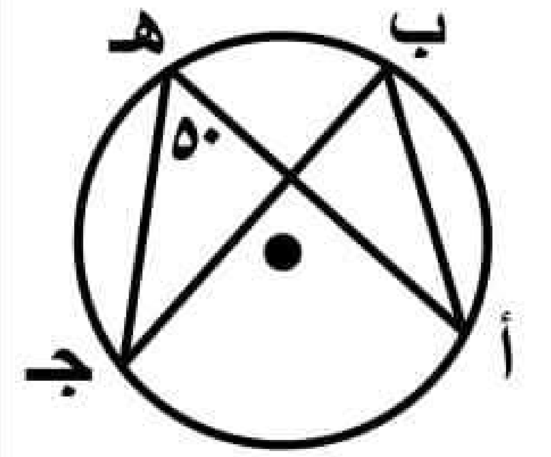
### قياس المماسية = $\frac{١}{٢}$ قياس المركزية المشتركة معها في القوس



ق (جـ $\hat{أ}$ ب) المماسية = $\frac{١}{٢}$ ق (أ $\hat{م}$ جـ)

∴ ق (جـ $\hat{أ}$ ب) = ٦٠°

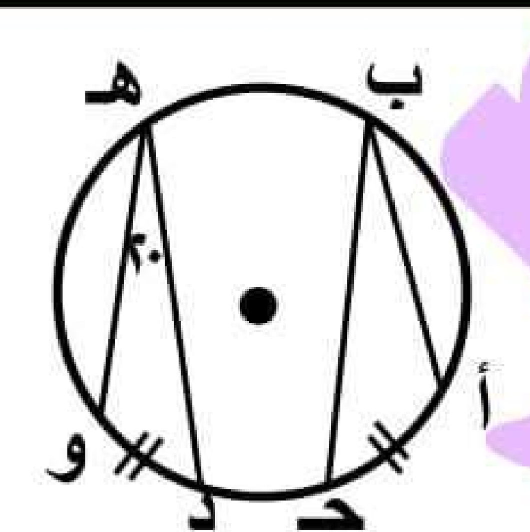
### قياس المحيطية = قياس المحيطية المشتركة معها في القوس



ق $(\hat{ب})$ = ق $(\hat{هـ})$ = ٥٠°

لأنهما محيطيتان مسشتركتان في القوس أ جـ

### قياس المحيطية = قياس المحيطية إذا كانت أقواسهما متساوية



∵ ق $(\overset{\frown}{أ جـ})$ = ق $(\overset{\frown}{د و})$

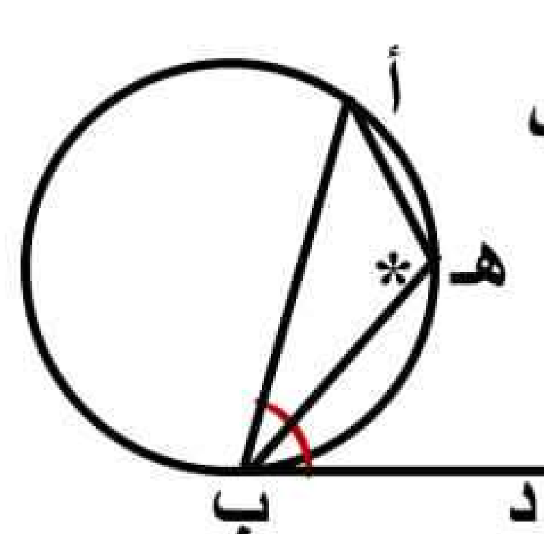
∴ ق $(\hat{ب})$ = ق $(\hat{هـ})$ = ٢٠°

### قياس المحيطية = قياس المماسية المشتركة معها في القوس

ق (جـ $\hat{أ}$ ب) المماسية = ق $(\hat{د})$ المحيطية

∴ ق (جـ $\hat{أ}$ ب) = ٦٠°

### الزاوية المماسية تكمل الزاوية المحيطية المرسومة على وتر الزاوية المماسية وفى جهة واحدة منها



∵ ∠ أ هـ ب محيطية مرسومة على أ ب

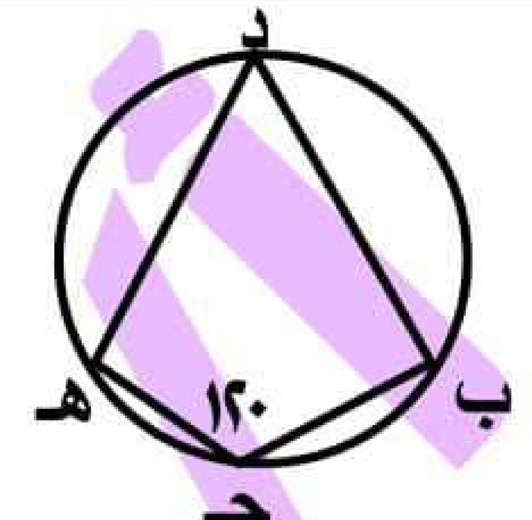
، ∠ أ ب د مماسية

∴ ق (أ $\hat{ب}$ د) + ق (أ $\hat{هـ}$ ب) = ١٨٠°

# الشكل الرباعى الدائري

لو عرفت ان الشكل رباعى دائرى (سواء هو قالك في المسألة أو لقيت رؤوسه الأربعة تقع على الدائرة) هنستنتج ٣ حاجات :

**كل زاويتين متقابلتين مجموعهما = ١٨٠**

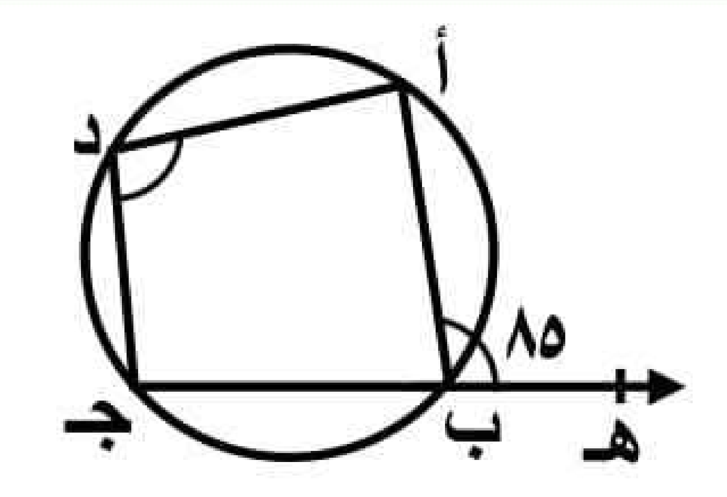



∵ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

∴ ق (د) + ق (جـ) = ١٨٠

∴ ق (د) = ١٨٠ − ١٢٠ = ٦٠

**قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة**

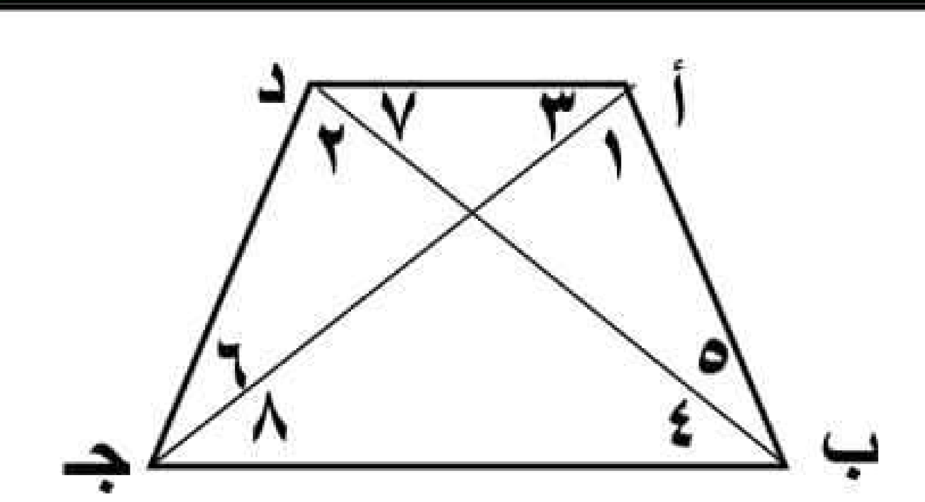



∵ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

∴ ق (أ ب هـ) الخارجة = ق (د)

∴ ق (د) = ٨٥

**أي زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة متساويتان**




إذا كان أ ب جـ د رباعى دائرى فإن:

ق (١) = ق (٢) مرسومتان على ب جـ

ق (٣) = ق (٤) مرسومتان على د جـ

ق (٥) = ق (٦) مرسومتان على أ د

لو قالك اثبت أن الشكل رباعى دائرى إبحث عن إحدى الحالات الثلاثة الآتية واثبتها وهى :

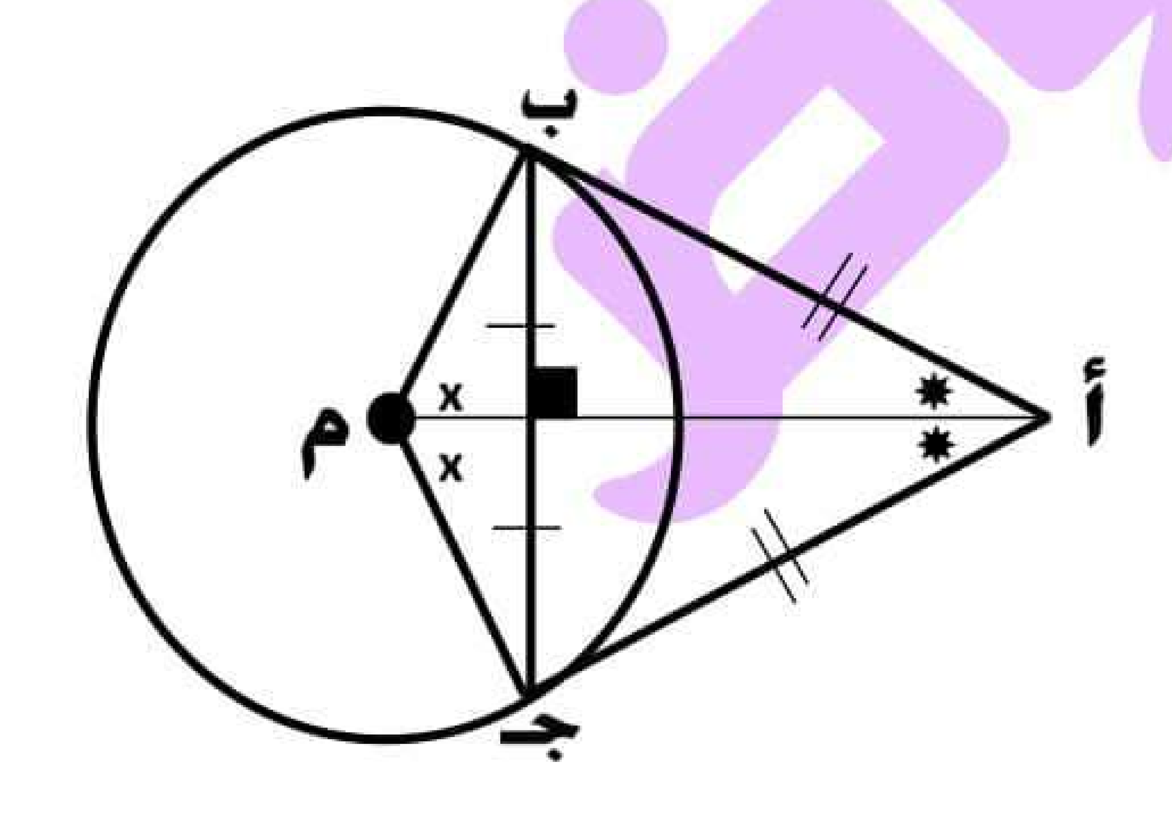
| زاويتان متقابلتان واثبت أن مجموعهما = ١٨٠ | زاوية خارجة واثبت انها تساوى المقابلة للمجاورة | شوف زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة واثبت انهما متساويتان |
|---|---|---|

# العلاقة بين مماسات الدائرة

**القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة متساويتان في الطول.**

إذا كان $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان فإن:

| | |
|---|---|
| أ ب = أ جـ | $\overrightarrow{أم}$ ينصف زاوية ب أ جـ |
| ق (أ ب جـ) = ق (أ جـ ب) | $\overrightarrow{أم}$ ينصف زاوية ب م جـ |
| أ ب م جـ رباعى دائرى | $\overrightarrow{أم}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ وينصفه |



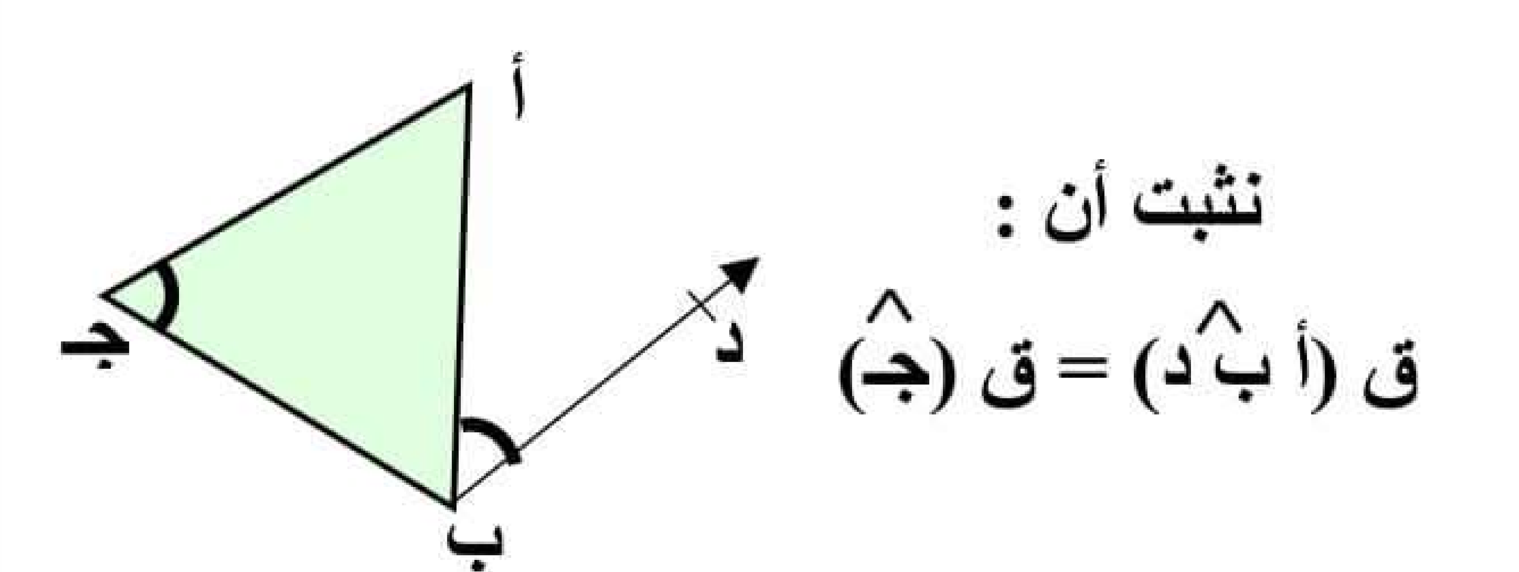

**عدد المماسسات المشتركة**

- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين ٤
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج ٣
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين ٢
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل ١
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتا المركز صفر

**لإثبات أن $\overleftrightarrow{ب د}$ مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب جـ**

نثبت أن :

ق (أ ب د) = ق (جـ)



# ملاحظات على تعيين الدائرة

١) **يمكن** رسم دائرة تمر برؤوس كل من : المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوى الساقين

٢) **لا يمكن** رسم دائرة تمر برؤوس : متوازى الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير المتساوى الساقين

٣) **يمكن** رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

٤) **لا يمكن** رسم دائرة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

٥) يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر تمر بنقطة واحدة.

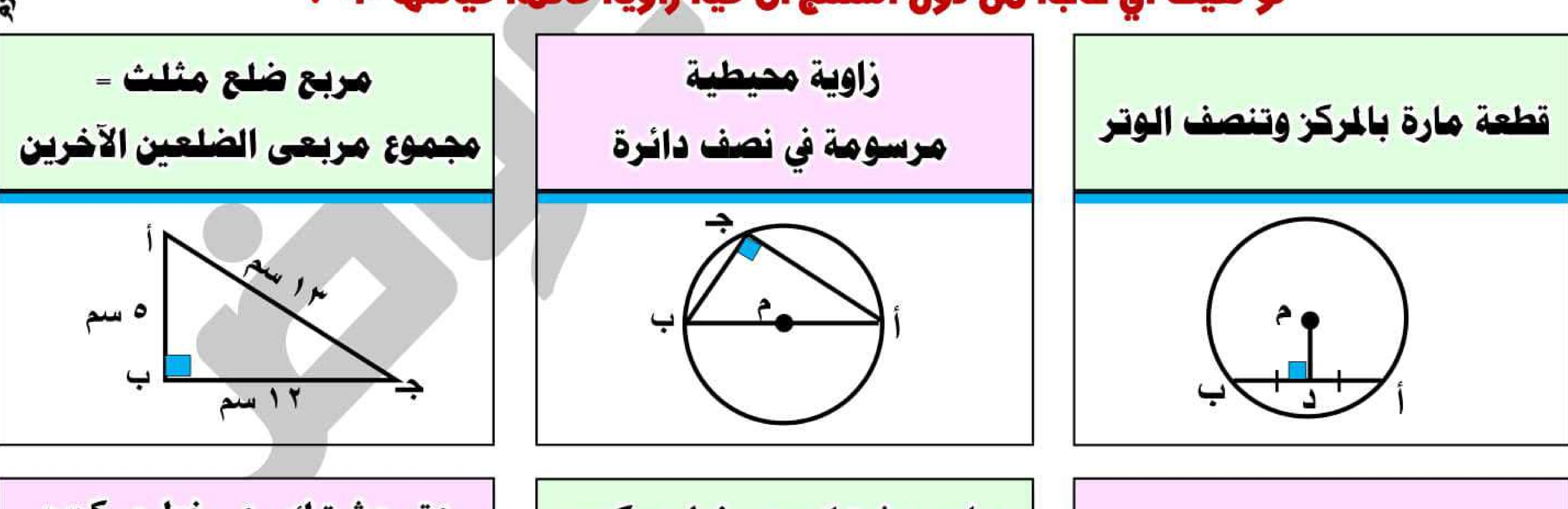
٦) أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب هي التي أ ب قطر فيها وفيها نق = $\frac{١}{٢}$ أ ب

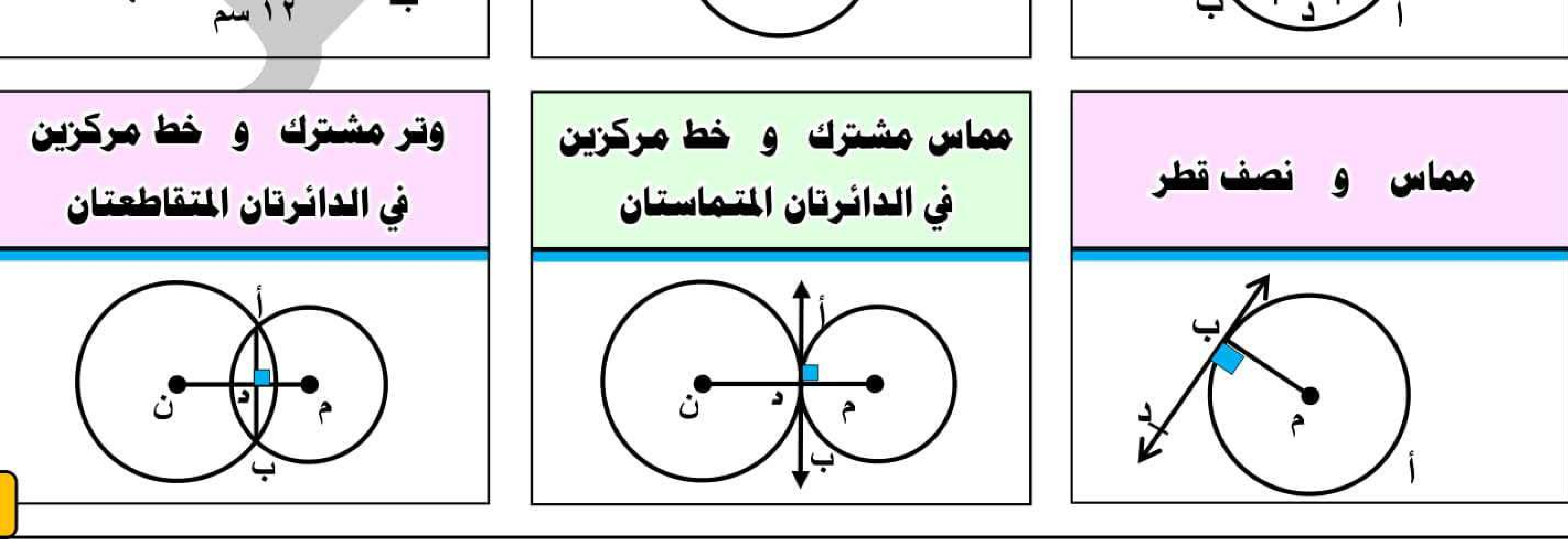
٧) إذا كان نق > $\frac{١}{٢}$ أ ب فإنه يمكن رسم دائرتان فقط وإذا كان نق < $\frac{١}{٢}$ أ ب فإنه لا يمكن رسم أى دائرة

| الدائرة الخارجة للمثلث | الدائرة الداخلة للمثلث |
|---|---|
| مركزها هو نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاع المثلث من منتصفاتها **(محاور تماثل أضلاعه)** | مركزها هو نقطة تقاطع **منصفات زواياه الداخلة** |

# خلاصة الزاوية ٩٠

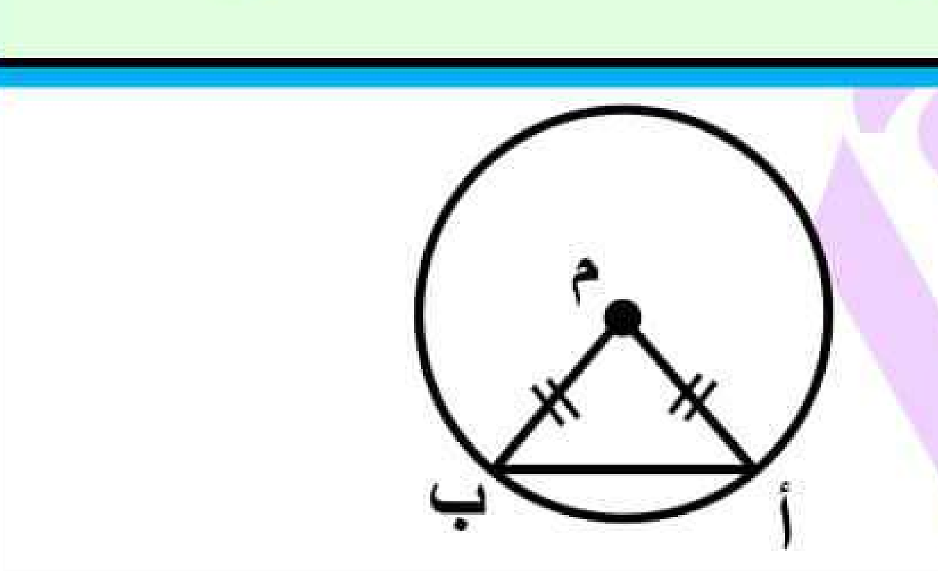
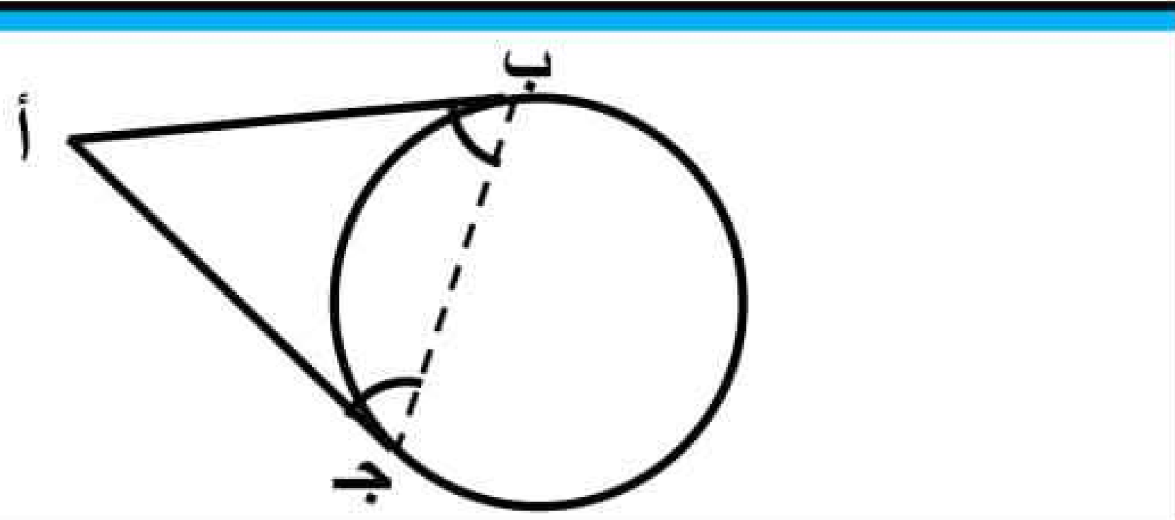
**لو لقيت أي حاجة من دول استنتج ان فيه زاوية قائمة قياسها ٩٠ :**



# خلاصة المثلث المتساوى الساقين

**يكون المثلث متساوى الساقين إذا كان :**

| ضلعيه أنصاف أقطار | ضلعيه قطعتان مماستان |
|---|---|
|  |  |



# طول القوس

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{٣٦٠} \times ٢\,\pi\,\text{نق}$$

- قياس الدائرة = ٣٦٠°
- قياس نصف الدائرة = ١٨٠°
- قياس ربع الدائرة = ٩٠°
- قياس خُمس الدائرة = $\frac{٣٦٠}{٥}$ = ٧٢° وهكذا
- $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{طول الدائرة}}$
- طول الدائرة = محيط الدائرة = ٢ $\pi$ نق

# ملاحظات

**١** إذا كان المثلث حاد الزوايا فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع داخل المثلث

إذا كان المثلث قائم الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع في منتصف وتر المثلث

إذا كان المثلث منفرج الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع خارج المثلث

**٢** عدد محاور تماثل الدائرة: عدد لا نهائي


عدد محاور تماثل نصف الدائرة: محور واحد ، عدد محاور تماثل ربع الدائرة: محور واحد وهكذا

**٣** إذا كان م ، ن دائرتان متقاطعتان فإن م ن ∈ ] نق١ − نق٢ ، نق١ + نق٢ [

إذا كان م ، ن دائرتان متباعدتان فإن م ن ∈ ] نق١ + نق٢ ، ∞ [

**٤** الزاوية المحيطية التي تقابل قوسا أصغر من نصف الدائرة تكون حادة

الزاوية المحيطية التي تقابل قوسا أكبر من نصف الدائرة تكون منفرجة





**١**

∵ م أ = م ب (لأنهما أنصاف أقطار)

∴ △ م أ ب متساوى الساقين

أى أن : ق ( $\hat{أ}$ ) = ق ( $\hat{ب}$ )

**٢**

∵ د منتصف الوتر أ ب

∴ م د ⊥ أ ب

∴ △ م أ د قائم (يمكن تطبيق

**٣**

∵ م د ⊥ أ ب

∴ د منتصف أ ب ∴ أ د = د ب

فإذا كان أ ب = ٨سم فإن أ د = ٤سم

**٤**

∵ ب د مماس ، أ ب قطر

∴ ب د ⊥ أ ب (المماس ⊥ القطر)

والعكس : إذا كانت ق (م $\hat{ب}$ د) = ٩٠°

∴ ب د مماس حيث ب نقطة التماس

**٥**

∵ د أ ، هـ ب مماسان ، أ ب قطر

∴ د أ // هـ ب

ومتنساش ان المماس ⊥ نصف القطر

**٦**

∵ أ ب وتر مشترك ، م ن خط المركزين

∴ م ن ⊥ أ ب ، م ن ينصف أ ب

خط المركزين هو محور تماثل الوتر المشترك

**٧**

∵ ق (أ⌒ب) = ق (جـ⌒د) الأقواس متساوية

∴ أ ب = جـ د الأوتار متساوية

والعكس صحيح

**٨**

∵ الوتر أ ب // الوتر جـ د

∴ ق (أ⌒جـ) = ق (ب⌒د)

**٩**

∵ الوتر أ ب // المماس جـ د

∴ ق (أ⌒جـ) = ق (ب⌒جـ)

**١٠**

∵ أ ب = أ جـ (الأوتار متساوية)

∴ م س = م ص (الأبعاد متساوية)

والعكس صحيح

**١١**

ق (أ⌒ب) = ق ( أ $\hat{م}$ ب ) المركزية

ق (أ⌒ب) = ٢ ق (أ $\hat{جـ}$ ب) المحيطية

**١٢**

ق ($\hat{جـ}$) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق (أ $\hat{م}$ ب) المركزية

ق ($\hat{جـ}$) = $\frac{١}{٢}$ ق (أ⌒ب)

**١٣**

ق ( $\hat{ب}$ ) = ق ( $\hat{هـ}$ )

محيطيتان مشتركتان فى القوس أ جـ

كذلك: ق ( $\hat{أ}$ ) = ق ($\hat{جـ}$)

**١٤**

∵ ق ( أ⌒جـ ) = ق ( د⌒و )

∴ ق ( $\hat{ب}$ ) = ق ( $\hat{هـ}$ )

محيطيتان أقواسهم متساوية (والعكس صحيح)

**١٥**

ق (جـ $\hat{أ}$ ب) المماسية = ق ($\hat{د}$) المحيطية

= $\frac{١}{٢}$ ق ($\hat{م}$) المركزية

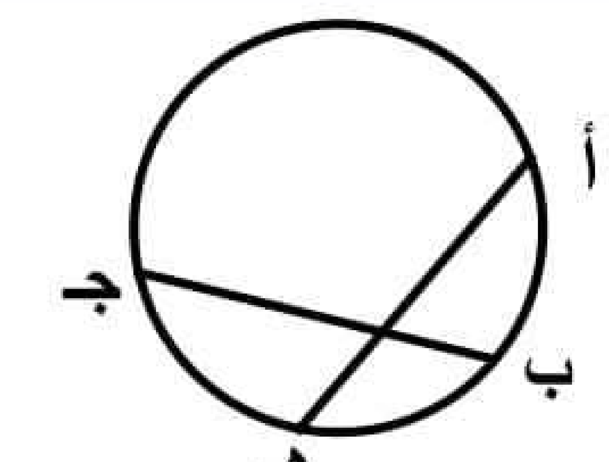
المركزية ضعف المماسية وضعف المحيطية



**١٦**

∵ أ ب قطر
∴ ق ( أ جـ^ ب ) = ٩٠
محيطية مرسومة فى نصف دائرة

**١٧**



ق (أ ب هـ⌒) = ق (أ ب⌒) + ق (ب هـ⌒)
ق (ب هـ جـ⌒) = ق (جـ هـ⌒) + ق (ب هـ⌒)
لاحظ أن : القوس ب هـ مشترك بينهما

**١٨**

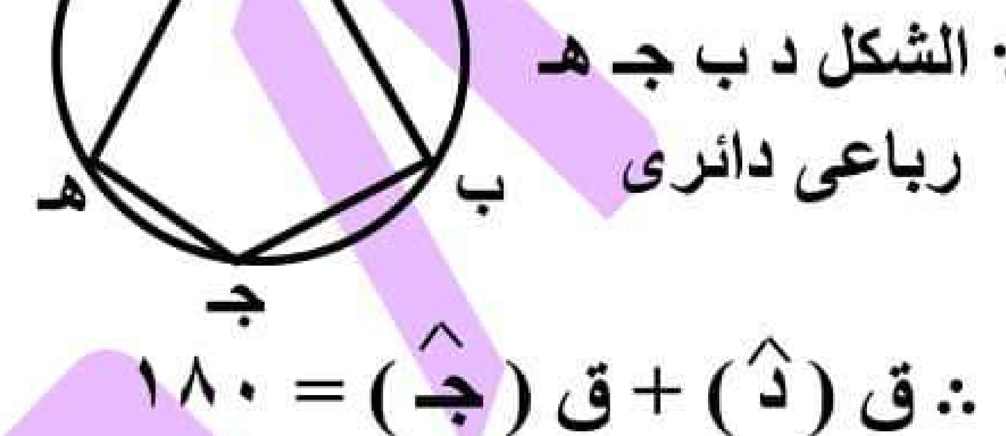
الأقواس المتساوية فى الطول متساوية فى القياس والعكس

∵ طول أ ب⌒ = طول جـ د⌒
∴ ق ( أ ب⌒ ) = ق ( جـ د⌒ )

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{٣٦٠} \times ٢ \pi \text{ نق}$$

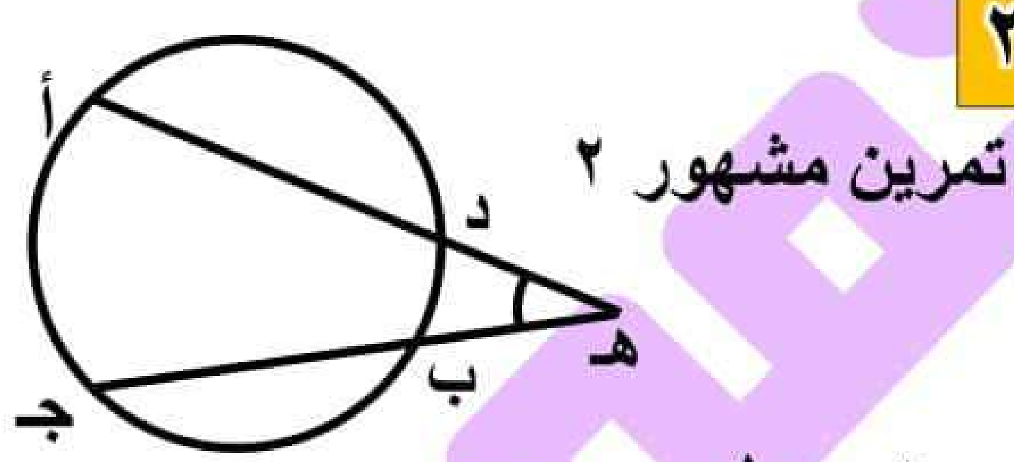
**١٩**





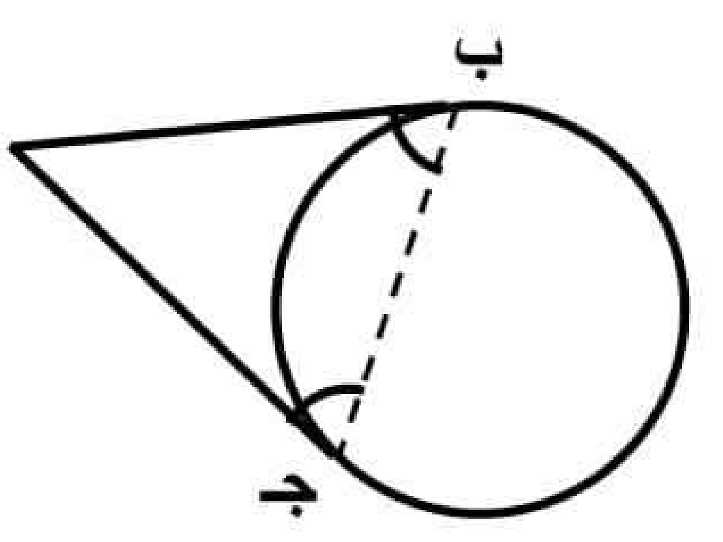
∵ الشكل د ب جـ هـ رباعى دائرى
∴ ق ( د^ ) + ق ( جـ^ ) = ١٨٠
ق( أ^ ) + ق ( هـ^ ) = ١٨٠
كل زاويتان متقابلتان مجموعهما = ١٨٠

**٢٠**

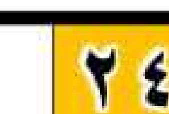


∵ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى
∴ ق ( أ ب^ هـ ) الخارجة = ق ( د^ )
الزاوية الخارجة = المقابلة للمجاورة

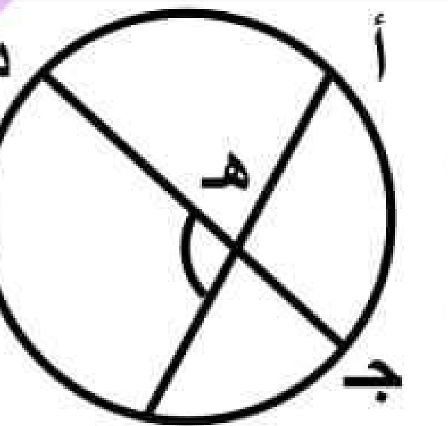
**٢١**

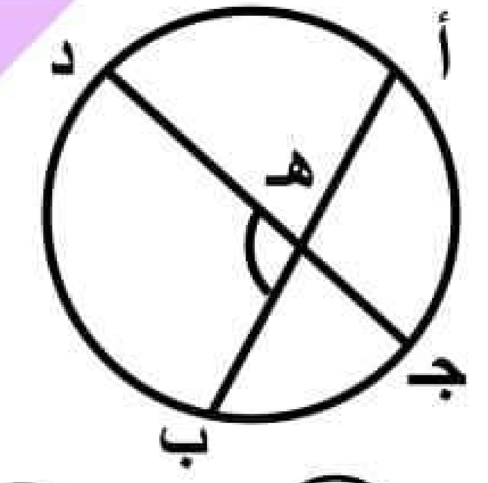


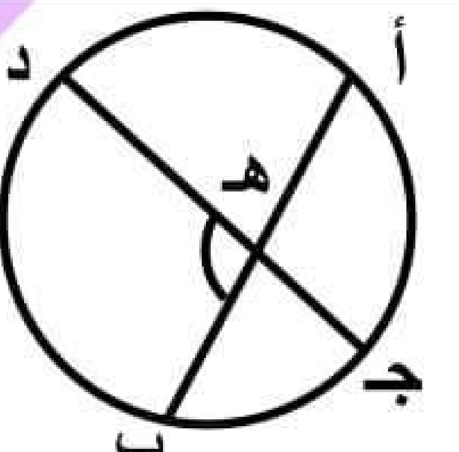
∵ س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ
∴ س ص // ب جـ
، س ص = $\frac{١}{٢}$ ب جـ

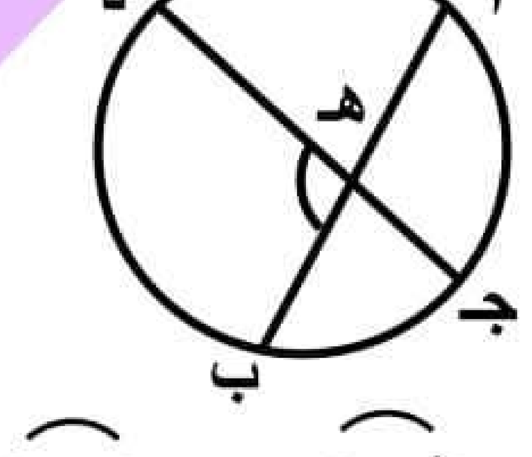


**٢٢**









**تمرين مشهور ١**

ق (د هـ^ ب) = $\frac{١}{٢}$ [ق (أ جـ⌒) + ق (د ب⌒)]
ق (أ جـ⌒) = ٢ ق(د هـ^ ب) – ق (د ب⌒)
ق (د ب⌒) = ٢ ق(د هـ^ ب) – ق (أ جـ⌒)

**٢٣**

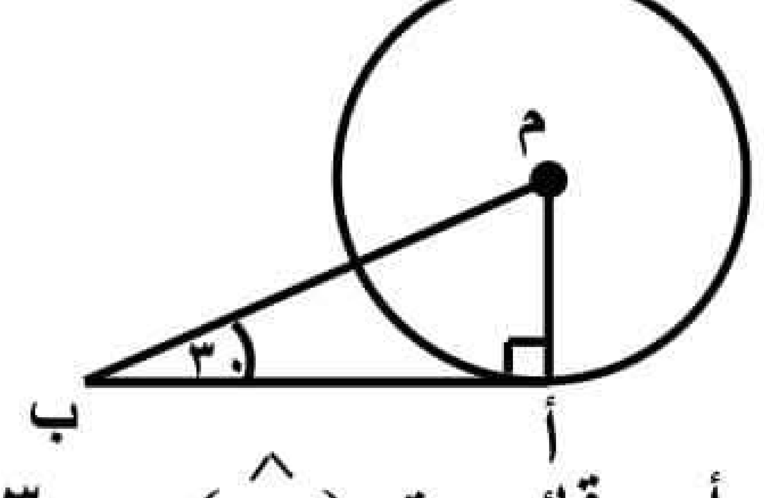
تمرين مشهور ٢

ق (هـ^) = $\frac{١}{٢}$ [ ق (أ جـ⌒) – ق (د ب⌒) ]
ق (أ جـ⌒) = ق (د ب⌒) + ٢ ق(هـ^)
ق (د ب⌒) = ق (أ جـ⌒) – ٢ ق(هـ^)

**٢٤**

∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان
∴ أ ب = أ جـ ، ق (ب^) = ق (جـ^)

**٢٥**



∵ Δ م أ ب قائم ، ق ( ب^ ) = ٣٠
∴ م أ = $\frac{١}{٢}$ م ب
الضلع المقابل للزاوية ٣٠ = نصف طول الوتر

**٢٦**

**إقليدس**

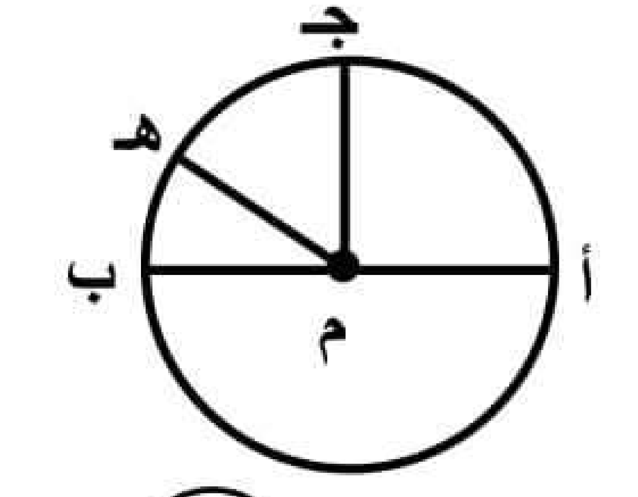
∵ Δ أ ب جـ قائم ، ب د ⊥ الوتر أ جـ
∴ ب د = $\frac{\text{أ ب} \times \text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$

**٢٧**

لإثبات أن الشكل رباعى دائرى ابحث عن احدى الحالات الآتية :

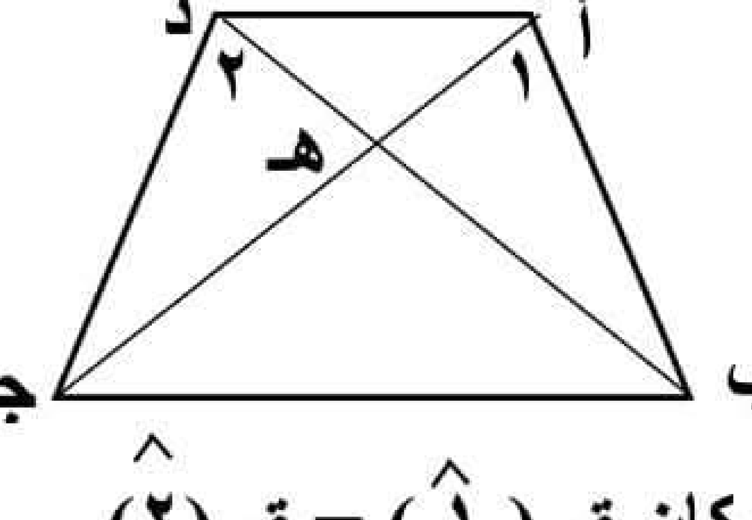
١- زاويتان متقابلتان متكاملتان
٢- زاوية خارجة تساوى المقابلة للمجاورة
٣- زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها ومتساويتان

**٢٨**

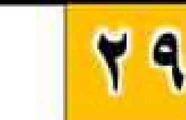


∵ أ ب قطر ∴ ق(أ جـ ب⌒) = ١٨٠
∴ ق(أ جـ⌒) + ق(جـ هـ⌒) + ق(هـ ب⌒) = ١٨٠

**٢٩**



إذا كان ق ( ١^ ) = ق (٢^)
∴ أ ب جـ د رباعى دائرى
والعكس صحيح



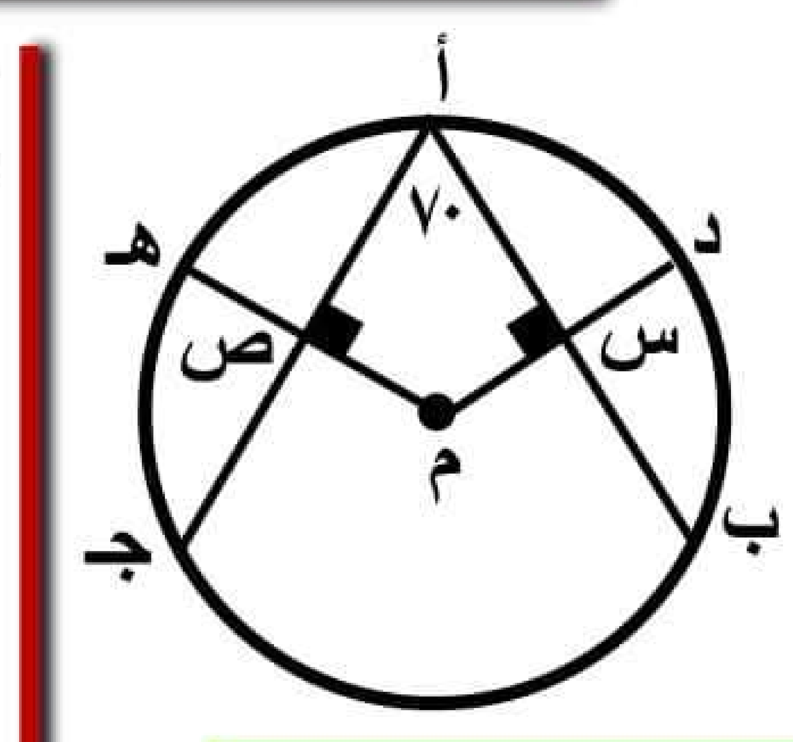
**٣٠**

∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان فإن:

- أ ب = أ جـ
- ق (أ ب^ جـ) = ق (أ جـ^ ب)
- أ م ينصف أ^ وينصف م^
- أ م ⊥ ب جـ
- أ ب م جـ رباعى دائرى

# أمثلة محلولة

## ١) في الشكل المقابل:




أ ب = أ جـ ، ق ( $\hat{أ}$ ) = ٧٠°

س منتصف $\overline{أ ب}$ ، ص منتصف $\overline{أ جـ}$

١) أوجد ق (د $\hat{م}$ هـ)

٢) اثبت أن : س د = ص هـ

**الحل**

∵ س منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{أ ب}$

∴ ق (م $\hat{س}$ أ) = ٩٠°

∵ ص منتصف $\overline{أ جـ}$ ∴ $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$

∴ ق (م $\hat{ص}$ أ) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى أ س م ص = ٣٦٠°

∴ ق (د $\hat{م}$ هـ) = ٣٦٠ – ( ٩٠ + ٩٠ + ٧٠ ) = ١١٠°

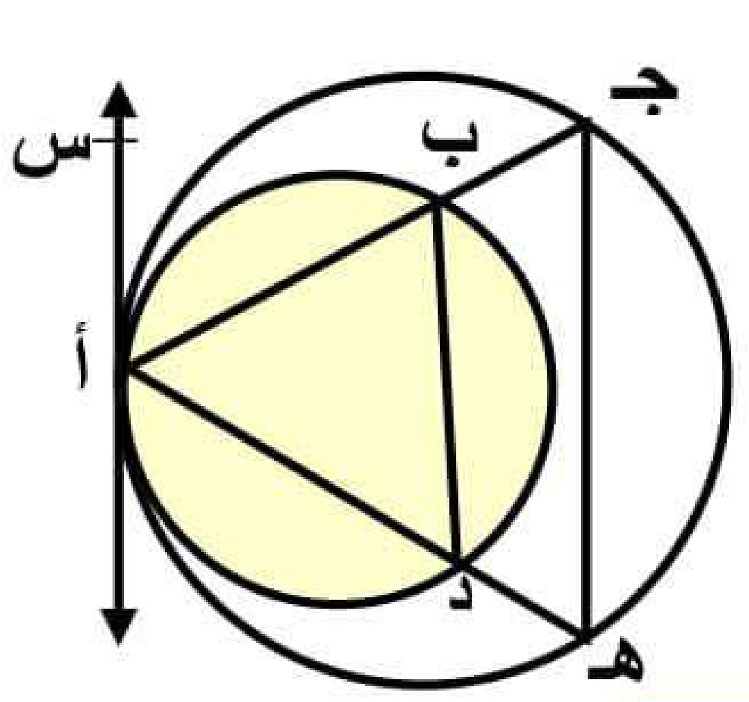
∵ أ جـ = أ ب (أوتار متساوية)

∴ م ص = م س (أبعاد متساوية) ← ١

∵ م هـ = م د (أنصاف أقطار) ← ٢

بطرح ١ من ٢ ينتج: ص هـ = س د

## ٣) في الشكل المقابل:




$\overleftrightarrow{أ س}$ مماس مشترك لدائرتين متماستين

اثبت أن :

$\overline{ب د}$ // $\overline{جـ هـ}$

**الحل**

**في الدائرة الصغرى :**

∵ ق (س $\hat{أ}$ ب) المماسية = ق (أ $\hat{د}$ ب) المحيطية ← (١)

مشتركتان في $\overset{\frown}{أ ب}$

**في الدائرة الكبرى :**

ق (س $\hat{أ}$ جـ) المماسية = ق (أ $\hat{هـ}$ جـ) المحيطية ← (٢)

لأنهما مشتركتان في $\overset{\frown}{أ جـ}$

**من ١ ، ٢ ينتج أن :**

ق (أ $\hat{د}$ ب) = ق (أ $\hat{هـ}$ جـ) وهما في وضع تناظر

∴ $\overline{ب د}$ // $\overline{جـ هـ}$

## ٢) في الشكل المقابل:

م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

ق (م $\hat{ن}$ د) = ١٢٥°

ق (ب $\hat{جـ}$ د) = ٥٥°

اثبت أن $\overleftrightarrow{جـ د}$ مماس

**الحل**

∵ $\overline{أ ب}$ وتر مشترك ، $\overline{م ن}$ خط المركزين

∴ $\overline{أ ب}$ ⊥ $\overline{م ن}$ ∴ ق ( أ $\hat{هـ}$ ن ) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

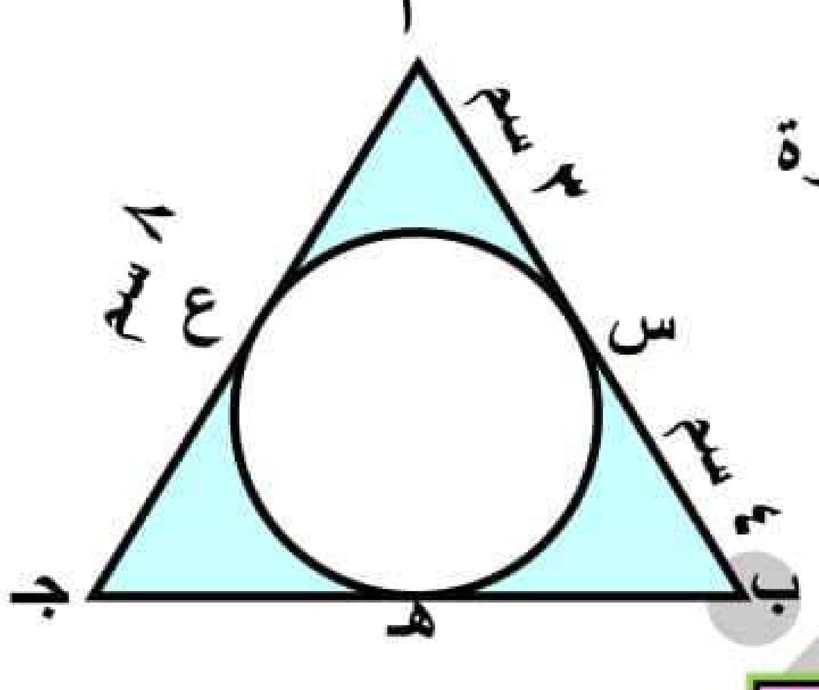
∴ ق ( $\hat{د}$ ) = ٣٦٠ – ( ١٢٥ + ٥٥ + ٩٠ ) = ٩٠°

∴ $\overline{ن د}$ ⊥ $\overline{جـ د}$

∴ $\overleftrightarrow{جـ د}$ مماس

(وهو المطلوب اثباته)

## ٤) في الشكل المقابل:




Δ أ ب جـ مرسوم خارج الدائرة وتمس أضلاعه فى س ، هـ ، ع

أ س = ٣ سم ، س ب = ٤ سم ، أ جـ = ٨ سم

أوجد محيط Δ أ ب جـ

**الحل**

∵ أ س = أ ع قطعتان مماستان

∴ أ ع = ٣ سم

∴ ع جـ = ٨ – ٤ = ٥ سم

∵ جـ ع = جـ هـ قطعتان مماستان

∴ جـ هـ = ٥ سم

∵ ب هـ = ب س قطعتان مماستان

∴ ب هـ = ٤ سم

∴ ب جـ = ٤ + ٥ = ٩ سم

∴ محيط Δ أ ب جـ = ٧ + ٨ + ٩ = ٢٤ سم

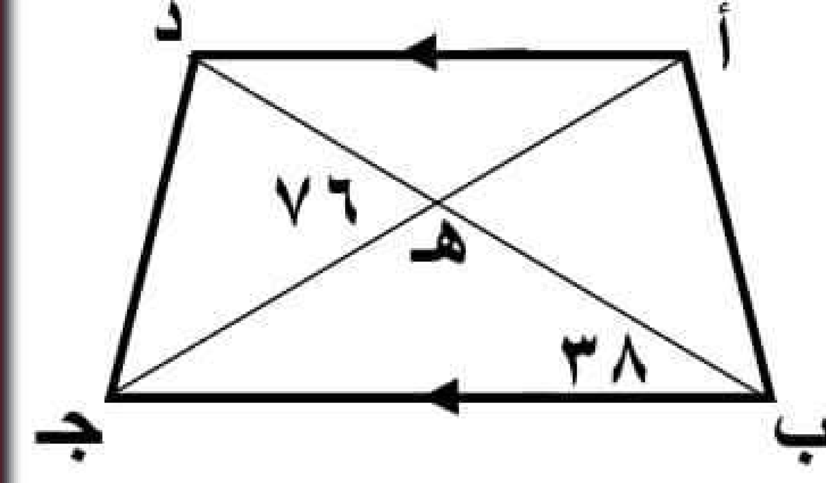
**٥ في الشكل المقابل:**

أ ب جـ د شكل رباعى فيه

أد // ب جـ

اثبت أن

الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى




**الحل**

ق (ب هـ^ جـ) = ١٨٠ ـ ٧٦ = ١٠٤

في Δ ب هـ جـ :

ق (ب جـ^ هـ) = ١٨٠ ـ (٣٨ + ١٠٤) = ٣٨

∵ أد // ب جـ

∴ ق (د أ^ جـ) = ٣٨ بالتبادل

∴ ق (د أ^ جـ) = ق (د ب^ جـ)

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة د جـ

∴ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

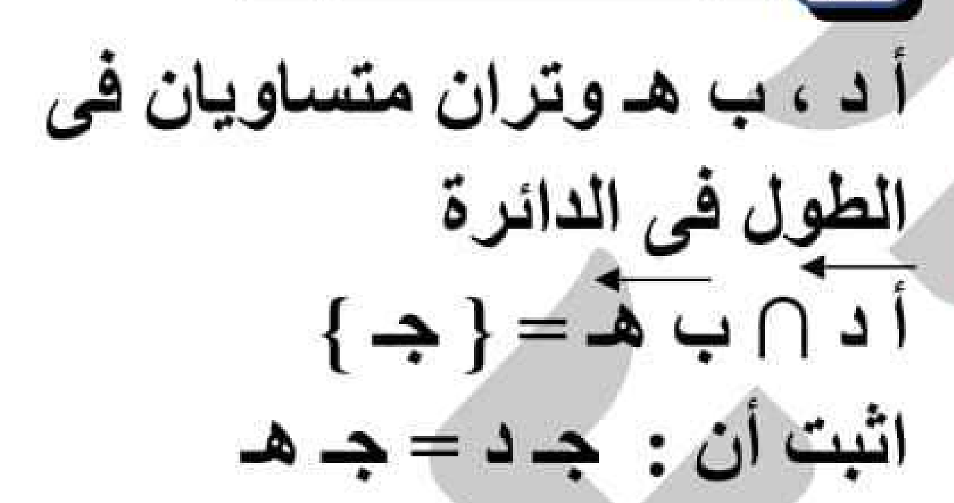
**٦ في الشكل المقابل:**

م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ جـ

ق (أ^) = ٦٠°

ق (ب^) = ٧٠°

أوجد قياسات زوايا Δ م س ص




**الحل**

ق (جـ^) = ١٨٠ − (٧٠ + ٦٠) = ٥٠°

∵ م س ⊥ أ ب ∴ س منتصف أ ب

∵ م ص ⊥ أ جـ ∴ ص منتصف أ جـ

∴ س ص // ب جـ ( قطعة واصلة بين منتصفى ضلعين )

∴ ق (أ س^ ص) = ٧٠° ، ق (أ ص^ س) = ٥٠° بالتناظر

∴ ق (م س^ ص) = ٩٠ − ٧٠ = ٢٠°

، ق (م ص^ س) = ٩٠ − ٥٠ = ٤٠°

في Δ س م ص :

ق (س م^ ص) = ١٨٠ − (٢٠ + ٤٠) = ١٢٠°

**٧ في الشكل المقابل:**

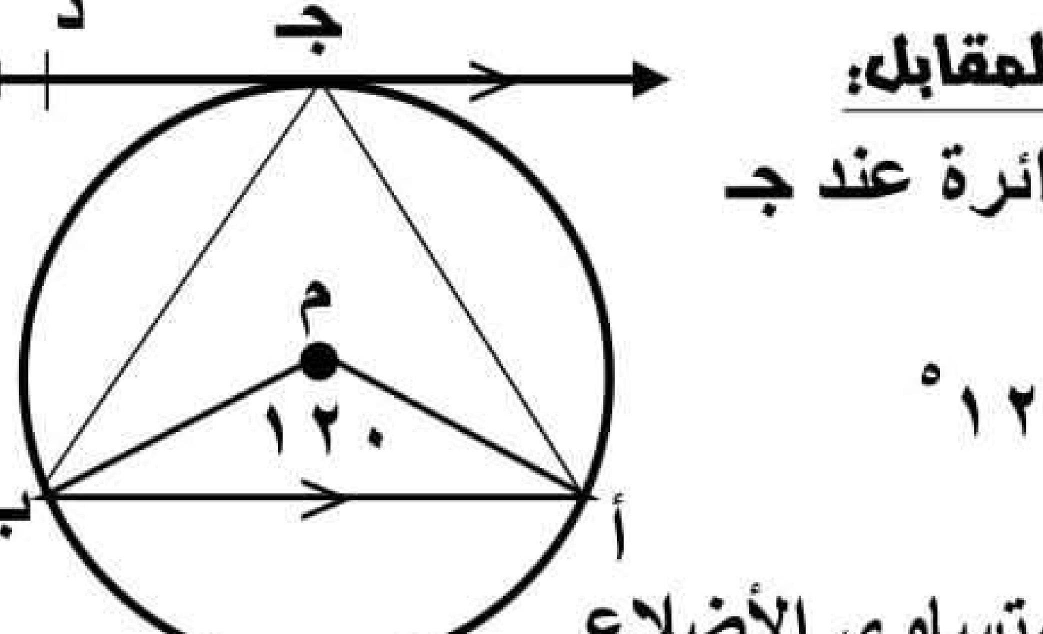
جـ د مماس للدائرة عند جـ

جـ د // أ ب

ق (أ م^ ب) = ١٢٠°

اثبت أن :

Δ جـ أ ب متساوى الأضلاع




**الحل**

∵ جـ د // أ ب

∴ ق (د جـ^ ب) = ق (جـ ب^ أ) بالتبادل ← (١)

∵ ق (د جـ^ ب) المماسية = ق (جـ أ^ ب) المحيطية ← (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن : ق (جـ ب^ أ) = ق (جـ أ^ ب)

∴ Δ جـ أ ب متساوى الساقين

∵ ق (م^) المركزية = ١٢٠° ∴ ق (أ جـ^ ب) = ٦٠°

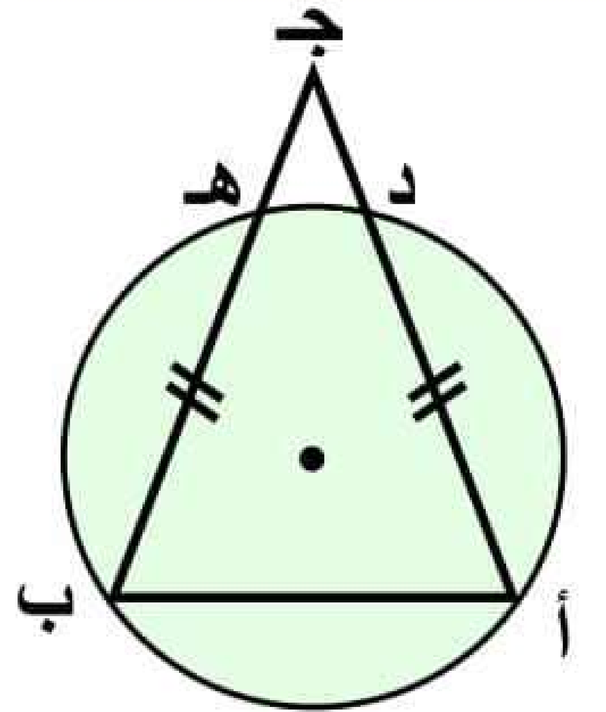
∴ Δ جـ أ ب متساوى الأضلاع

**٨ في الشكل المقابل:**

أ د ، ب هـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة

أ د ∩ ب هـ = { جـ }

اثبت أن : جـ د = جـ هـ




**الحل**

∵ أ د = ب هـ ∴ ق (⌒أ د) = ق (⌒ب هـ)

وبإضافة ق (⌒د هـ) للطرفين

∴ ق (⌒أ هـ) = ق (⌒ب د)

∴ ق (ب^) = ق (أ^) ∴ جـ أ = جـ ب

في Δ جـ أ ب :

∵ جـ أ = جـ ب ، د أ = هـ ب

بالطرح ينتج أن : جـ د = جـ هـ

## ٩ في الشكل المقابل:

أ ب جـ د شكل رباعى فيه

أ ب = أ د ، ق (أ ب د) = ٣٠°

، ق (جـ) = ٦٠°

اثبت أن: الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

**الحل**

∵ أ ب = أ د ∴ Δ أ ب د متساوى الساقين

∴ ق (أ د ب) = ٣٠°

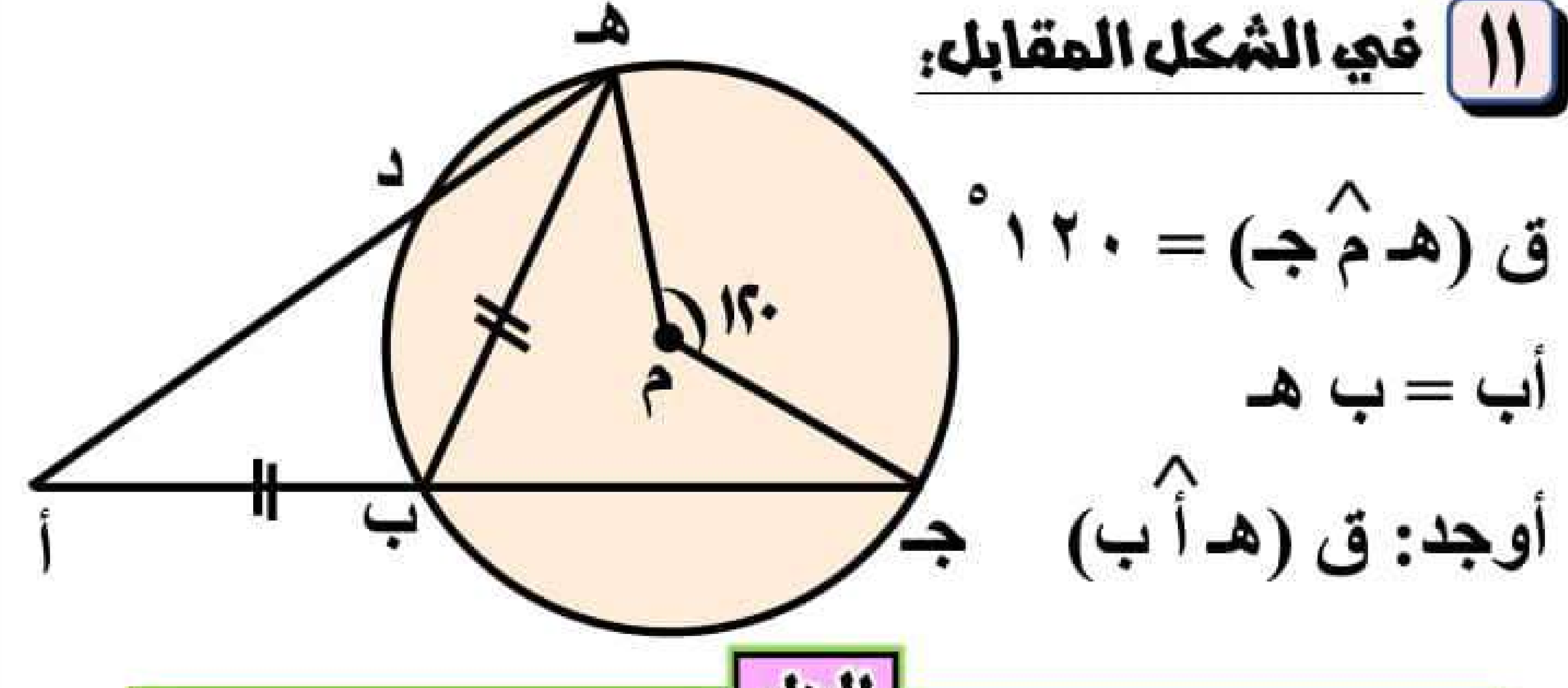
∴ ق (أ) = ١٨٠ − (٣٠ + ٣٠) = ١٢٠°

∴ ق (أ) + ق (جـ) = ١٢٠ + ٦٠ = ١٨٠°

وهما زاويتان متقابلتان متكاملتان

∴ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

## ١١ في الشكل المقابل:




ق (هـ م جـ) = ١٢٠°

أ ب = ب هـ

أوجد: ق (هـ أ ب)

**الحل**

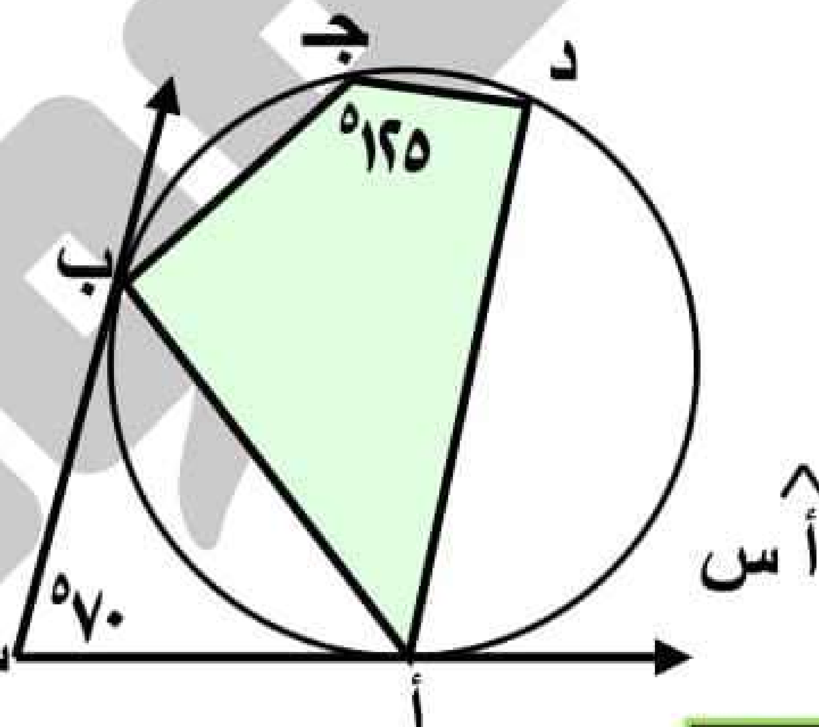
∵ ق (هـ ب جـ) المحيطية = ١/٢ ق (م) المركزية

لأنهما مشتركتان في أ جـ ∴ ق (هـ ب جـ) = ٦٠°

∵ أ ب = ب هـ ، هـ ب جـ خارجة عن Δ هـ ب أ

∴ ق (ب هـ أ) = ق (هـ أ ب) = ٦٠ / ٢ = ٣٠°

## ١٠ في الشكل المقابل:




س أ ، س ب مماسان

ق (أ س ب) = ٧٠°

ق (د جـ ب) = ١٢٥°

اثبت أن: ١) أ ب ينصف د أ س

٢) أ د // س ب

**الحل**

∵ أ ب جـ د رباعى دائرى

∴ ق (جـ) + ق (د أ ب) = ١٨٠°

∴ ق (د أ ب) = ١٨٠ − ١٢٥ = ٥٥° ← (١)

∵ س أ ، س ب مماستان للدائرة

∴ س أ = س ب

∴ Δ س أ ب متساوى الساقين

∴ ق (س أ ب) = (١٨٠ - ٧٠) / ٢ = ٥٥° ← (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن: ق(د أ ب) = ق (س أ ب)

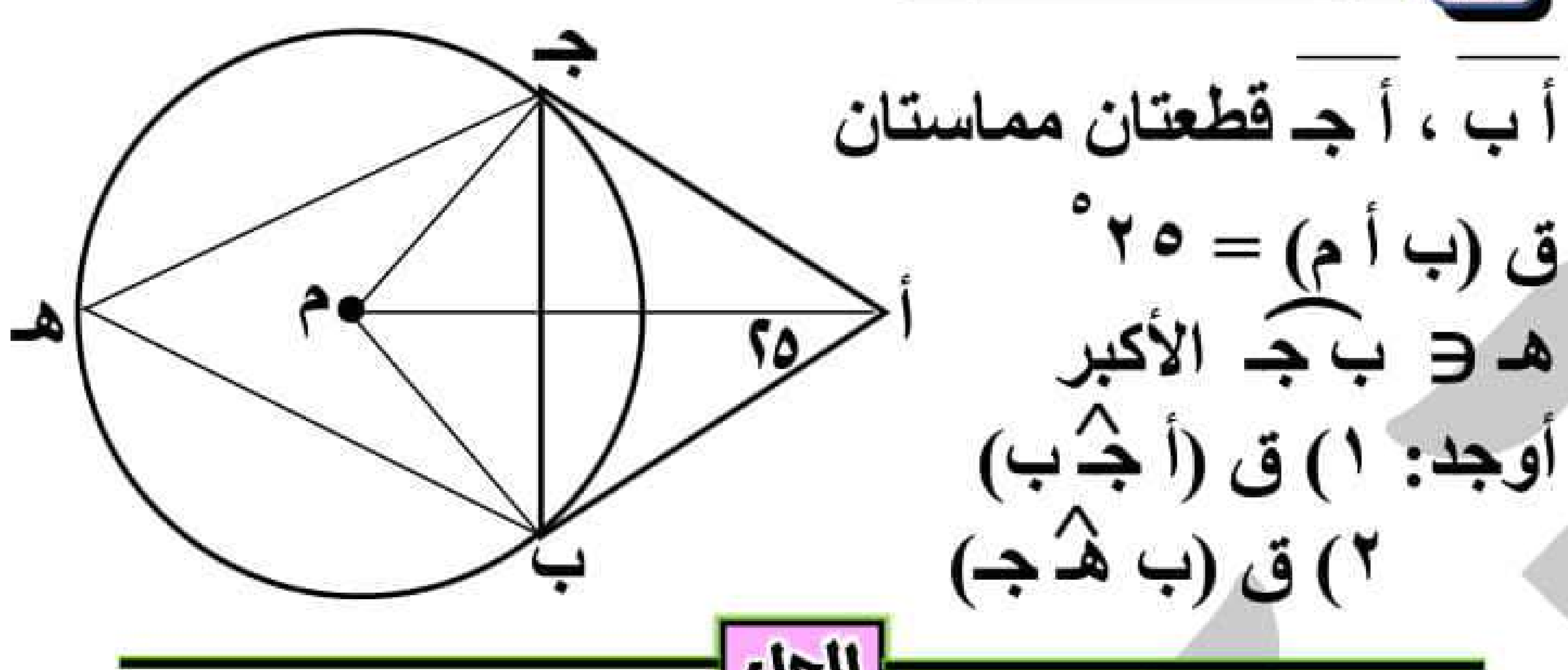
∴ أ ب ينصف د أ س **المطلوب الأول**

∵ ق (د أ س) = ٥٥ + ٥٥ = ١١٠°

∴ ق (د أ س) + ق (س) = ١١٠ + ٧٠ = ١٨٠° وهما متداخلتان

∴ أ د // س ب

## ١٢ في الشكل المقابل:




أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

ق (ب أ م) = ٢٥°

هـ ∈ ب جـ الأكبر

أوجد: ١) ق (أ جـ ب)

٢) ق (ب هـ جـ)

**الحل**

∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان ∴ أ م ينصف أ

∴ ق (أ) = ٢ × ٢٥ = ٥٠°

في Δ أ جـ ب : ق (أ جـ ب) = (١٨٠ - ٥٠) / ٢ = ٦٥° **أولا**

∵ أ جـ مماسة ، م جـ نصف قطر ∴ م جـ ⊥ أ جـ

∴ ق (أ جـ م) = ٩٠°

كذلك ∵ أ ب مماسة ، م ب نصف قطر ∴ م ب ⊥ أ ب

∴ ق (أ ب م) = ٩٠°

في الشكل الرباعى أ ب م جـ

ق (جـ م ب) = ٣٦٠ − (٥٠ + ٩٠ + ٩٠) = ١٣٠°

∴ ق (ب هـ جـ) المحيطية = ١/٢ ق (ب م جـ) المركزية = ٦٥°

## ١٣ في الشكل المقابل:

أ ب ∩ جـ د = { هـ }
ق (د هـ ب) = ١١٠°
ق (أ جـ) = ١٠٠°
أوجد ق (د جـ ب)

**الحل**

**من تمرين مشهور ١ :**

ق (د ب) = ٢ ق (د هـ ب) − ق (أ جـ)

= ٢ × ١١٠ − ١٠٠ = ١٢٠°

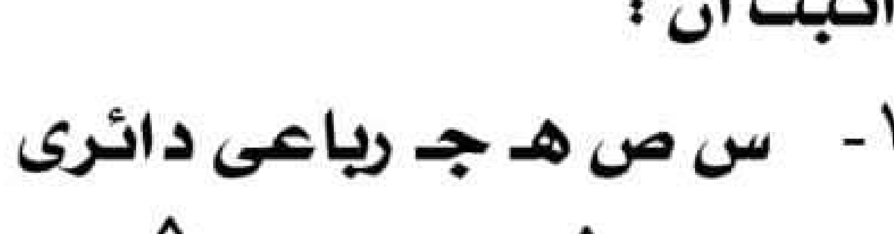
∵ ق (د جـ ب) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق (د ب)

∴ ق (د جـ ب) = $\frac{120}{2}$ = ٦٠°

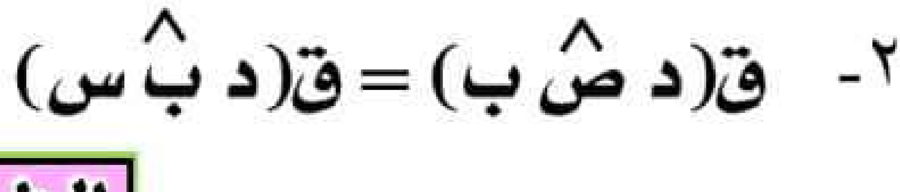
## ١٤ في الشكل المقابل:

جـ د قطر ⊥ أ ب

اثبت أن :



١- س ص هـ جـ رباعى دائرى



٢- ق(د ص ب) = ق(د ب س)

**الحل**

∵ جـ د ⊥ أ ب ∴ ق (جـ هـ ص) = ٩٠°

∵ ق (جـ س د) = ٩٠° محيطية مرسومة في نصف دائرة

∵ ق (جـ هـ ص) + ق (جـ س د) = ١٨٠° (متقابلتان متكاملتان)

∴ س ص هـ جـ رباعى دائرى **المطلوب الأول**

∵ ق (د ص ب) = ق (جـ) ← (١)

لأن قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

∵ ق(د ب س) = ق (جـ) ← (٢)

لأنهما محيطيتان مشتركتان في س د

من ١ ، ٢ ينتج أن : ق(د ص ب) = ق (د ب س)

## ١٥ في الشكل المقابل:

أ ب جـ د مستطيل مرسوم داخل دائرة
جـ هـ = جـ د
اثبت أن : أ هـ = ب جـ

**الحل**

∵ أ ب = د جـ خواص المستطيل

، هـ جـ = د جـ ( معطى )

∴ أ ب = هـ جـ

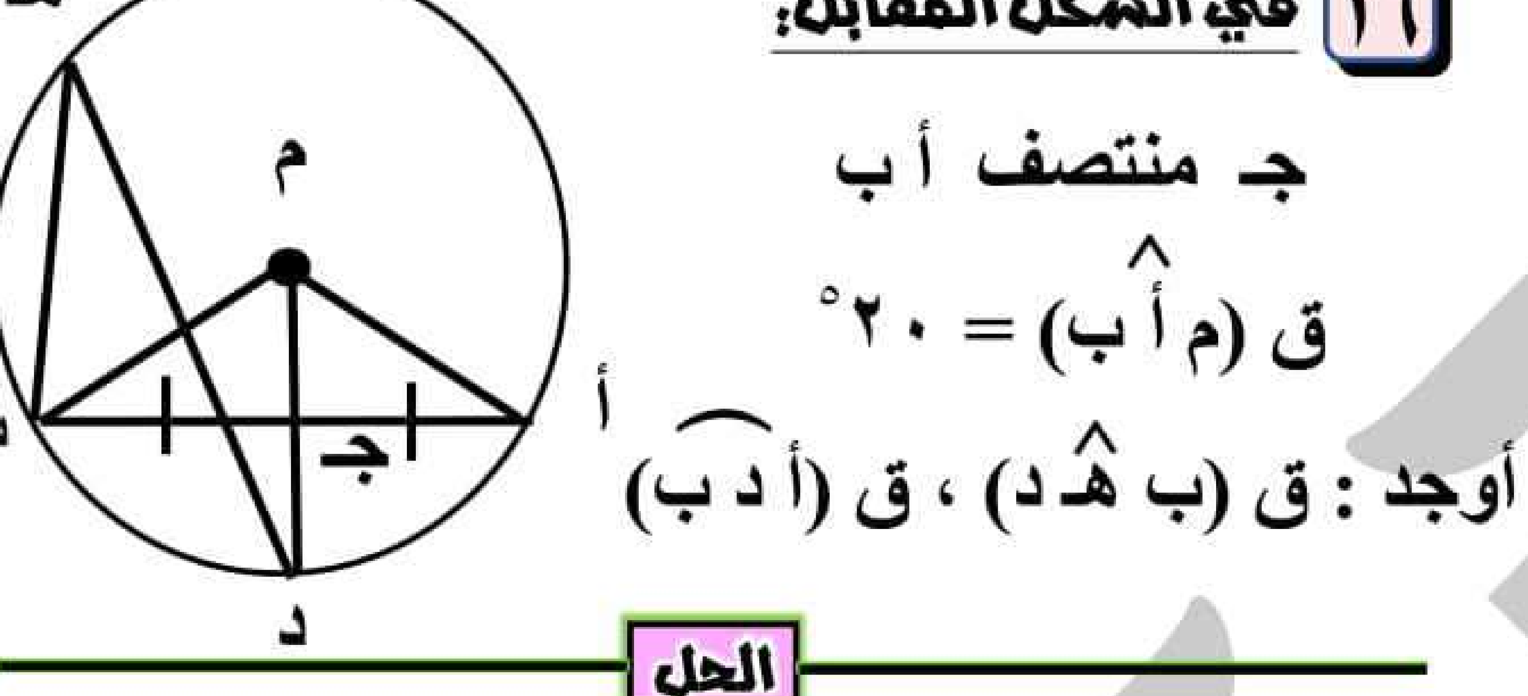
∴ ق (أ ب) = ق (هـ جـ)

بإضافة ق (ب هـ) للطرفين

∴ ق (أ هـ) = ق (ب جـ)

∴ أ هـ = ب جـ هـ ط ث

## ١٦ في الشكل المقابل:



جـ منتصف أ ب
ق (م أ ب) = ٢٠°
أوجد : ق (ب هـ د) ، ق (أ د ب)

**الحل**

∵ م أ = م ب أنصاف أقطار

∴ △ م أ ب متساوى الساقين ∴ ق(م ب أ) = ٢٠°

∵ جـ منتصف أ ب ∴ م جـ ⊥ أ ب ∴ ق(م جـ ب) = ٩٠°

في △ م جـ ب : ق (جـ م ب) = ١٨٠ − ( ٩٠ + ٢٠ ) = ٧٠°

∵ ق (ب هـ د) = $\frac{1}{2}$ ق (د م ب)

محيطية ومركزية مشتركتان في أ ب

∴ ق (ب هـ د) = ٣٥° *المطلوب الأول*

فى △ أ م ب: ق (أ م ب) = ١٨٠ − (٢٠ + ٢٠) = ١٤٠°

∴ ق ( أ د ب) = ق (أ م ب) المركزية = ١٤٠°

## ١٧ في الشكل المقابل:

أ د مماس للدائرة عند د

هـ منتصف ب جـ

ق ( أ ) = ٥٦°

أوجد ق (د م هـ)

**الحل**

∵ أ د مماس ، م د نصف قطر ∴ م د ⊥ أ د

∴ ق (م د أ) = ٩٠°

∵ هـ منتصف جـ ب ∴ م هـ ⊥ جـ ب

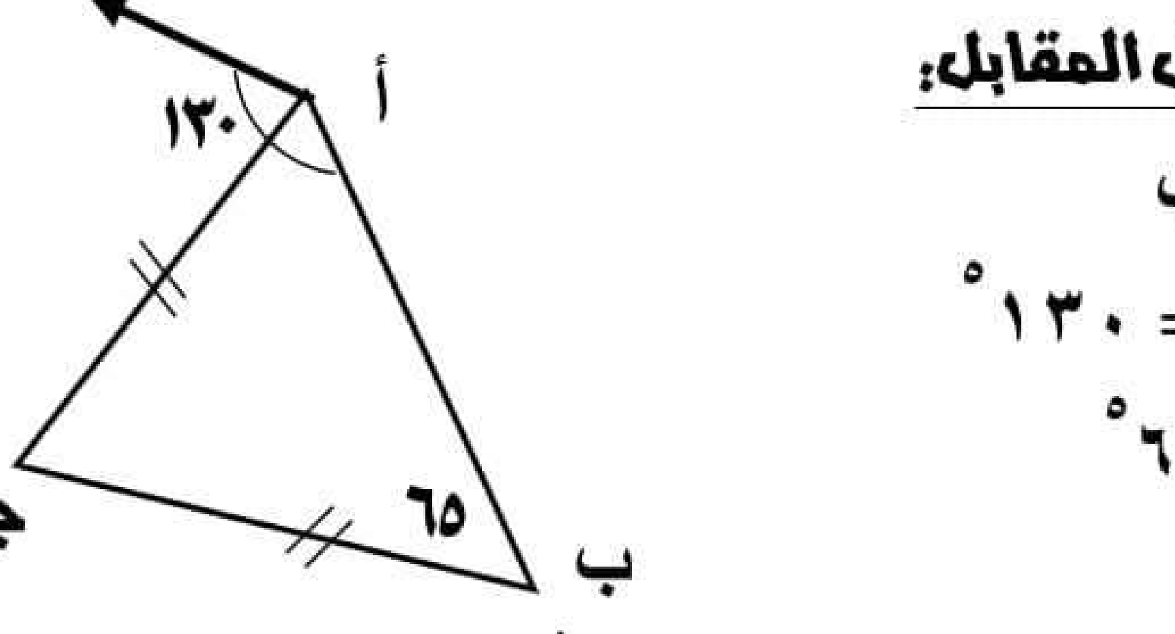
∴ ق (م هـ ب) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات الشكل الرباعى م هـ أ د = ٣٦٠°

∴ ق (د م هـ) = ٣٦٠ − ( ٥٦ + ٩٠ + ٩٠ )

= ٣٦٠ − ٢٣٦ = ١٢٤°

## ١٩ في الشكل المقابل:



جـ أ = جـ ب

ق (ب أ د) = ١٣٠°

ق (ب) = ٦٥°

اثبت أن:

أ د مماس للدائرة المارة برؤوس △ أ ب جـ

**الحل**

∵ جـ أ = جـ ب

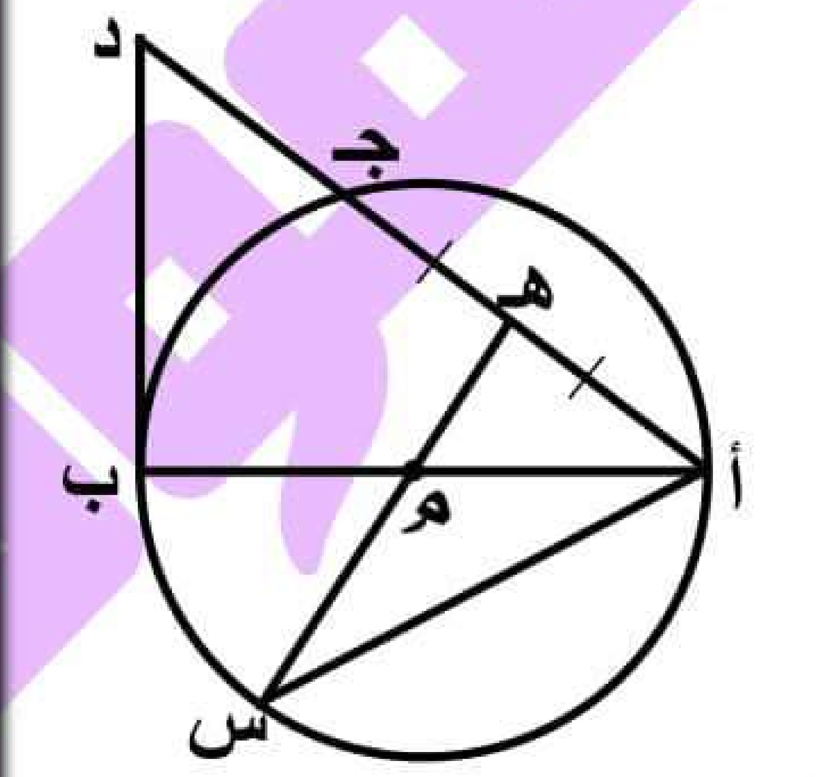
∴ ق (جـ أ ب) = ق (ب) = ٦٥°

∴ ق (د أ جـ) = ١٣٠ − ٦٥ = ٦٥°

∴ ق (د أ جـ) = ق ( ب )

∴ أ د مماس للدائرة المارة برؤوس △ أ ب جـ

## ١٨ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م

هـ منتصف أ جـ ، د ب مماس

اثبت أن:

١) م ب د هـ رباعى دائرى

٢) ق (ب أ س) = $\frac{1}{2}$ ق (د)

**الحل**

∵ د ب مماس ∴ د ب ⊥ أ ب

∴ ق (ب) = ٩٠ ← ١

∵ هـ منتصف أ جـ ∴ م هـ ⊥ أ جـ

∴ ق (م هـ د) = ٩٠ ← ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن: ق (ب) + ق (م هـ د) = ١٨٠°

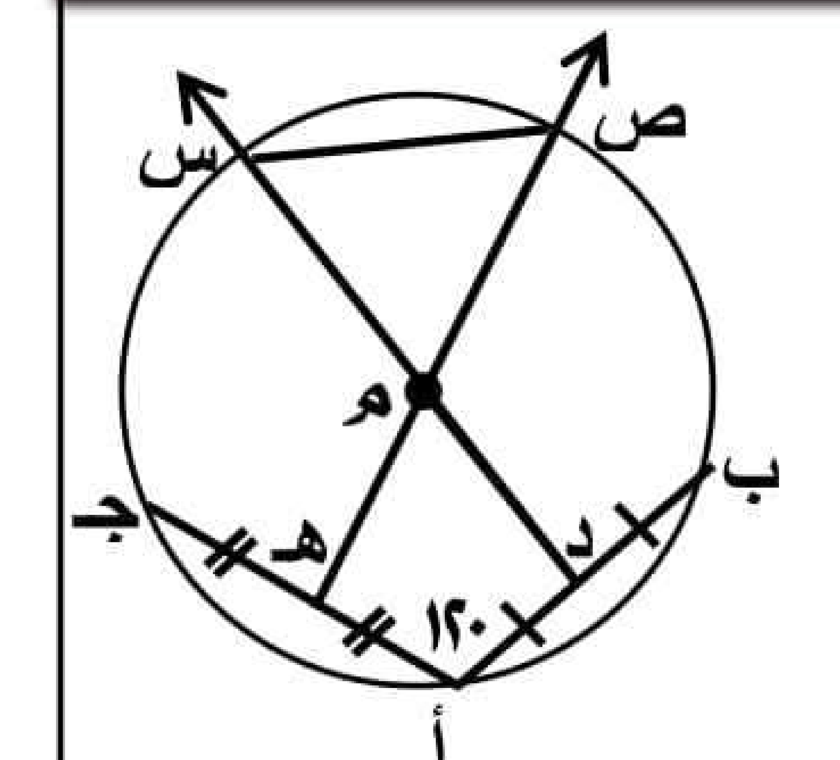
∴ الشكل م ب د هـ رباعى دائرى

∴ ق ( د ) = ق (ب م س) الخارجة ← ٣

∵ ق (ب أ س) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق (ب م س) المركزية ← ٤

من ٣ ، ٤ : ∴ ق (ب أ س) = $\frac{1}{2}$ ق (د)

## ٢٠ في الشكل المقابل:



د ، هـ منتصفا أ ب ، أ جـ على الترتيب

ق ( أ ) = ١٢٠°

اثبت أن:

△ س ص م متساوى الأضلاع

**الحل**

∵ د منتصف أ ب ∴ م د ⊥ أ ب

∴ ق (م د أ) = ٩٠°

∵ هـ منتصف أ جـ ∴ م هـ ⊥ أ جـ

∴ ق (م هـ أ) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ ق (د م هـ) = ٣٦٠ − ( ٩٠ + ٩٠ + ١٢٠ ) = ٦٠°

∴ ق (ص م س) = ٦٠° **بالتقابل بالرأس**

∵ م ص = م س (أنصاف أقطار)

∴ ق (م ص س) = ق (م س ص) = ٦٠°

∴ △ س ص م متساوى الأضلاع (جميع زواياه ٦٠°)

**٢١ في الشكل المقابل:**

جـ د قطر في الدائرة م

م هـ ⊥ أ ب

ق (أ م̂ هـ) = ٣٠°

أ ب = ١٠ سم

أوجد طول جـ د ، م هـ

**الحل**

∵ م هـ ⊥ أ ب ∴ هـ متصف أ ب ∴ أ هـ = ٥ سم

∵ ق (أ م̂ هـ) = ٣٠ ∴ أ هـ = $\frac{1}{2}$ أ م ∴ أ م = ١٠ سم

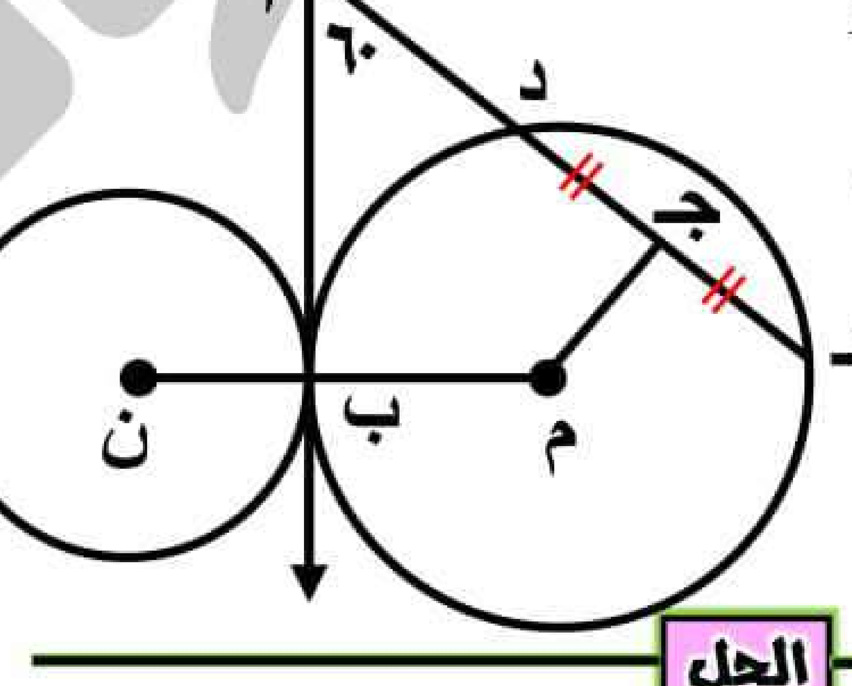
∴ القطر جـ د = ١٠ × ٢ = ٢٠ سم المطلوب الأول

**في Δ م هـ أ من فيثاغورث:**

(م هـ)$^2$ = (أ م)$^2$ ـ (أ هـ)$^2$ = ١٠٠ ـ ٢٥ = ٧٥

∴ م هـ = $\sqrt{75}$ = ٥ $\sqrt{3}$ سم

**٢٢ في الشكل المقابل:**



م ، ن دائرتان متماستان

جـ منتصف د هـ

ق (أ̂) = ٦٠°

أوجد ق (جـ م̂ ب)

**الحل**

∵ جـ منتصف د هـ ∴ م جـ ⊥ د هـ

∴ ق (أ جـ̂ م) = ٩٠°

∵ م ن خط مركزين ، أ ب مماس مشترك

∴ م ن ⊥ أ ب ∴ ق (أ ب̂ م) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى أ ب م جـ = ٣٦٠°

∴ ق (جـ م̂ ب) = ٣٦٠ ـ (٩٠ + ٩٠ + ٦٠) = ١٢٠°

**٢٣ في الشكل المقابل:**

ب جـ قطر ، أ و مماس

د و ⊥ ب جـ ، اثبت أن:

١) الشكل أ ب د هـ رباعى دائرى

٢) Δ أ و هـ متساوى الساقين

**الحل**

∵ ب جـ قطر

∴ ق (ب أ̂ جـ) = ٩٠° (محيطية في نصف دائرة) ← ١

∵ د و ⊥ ب جـ ∴ ق (هـ د̂ جـ) = ٩٠° ← ٢

**من ١ ، ٢ ينتج أن:**

ق (هـ د̂ جـ) الخارجة = ق (ب أ̂ جـ) المقابلة للمجاورة

∴ الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

∴ ق (أ هـ̂ و) الخارجة = ق (ب̂) المقابلة للمجاورة ← ٣

∵ ق (و أ̂ هـ) المماسية = ق (ب̂) المحيطية ← ٤

من ٣ ، ٤ ينتج أن: ق (أ هـ̂ و) = ق (و أ̂ هـ)

∴ Δ أ و هـ متساوى الساقين

**٢٤ في الشكل المقابل:**

أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة

د هـ // ب جـ

اثبت أن:

ق (د أ̂ جـ) = ق (ب أ̂ هـ)

**الحل**

∵ د هـ // ب جـ

∴ ق (د ب⌒) = ق (هـ جـ⌒)

∴ ق(د أ̂ ب) المحيطية = ق (هـ أ̂ جـ) المحيطية

لأنهما محيطيتان أقواسهما متساوية

وبإضافة ق (ب أ̂ جـ) للطرفين

∴ ق (د أ̂ جـ) = ق (ب أ̂ هـ) هـ ط ث

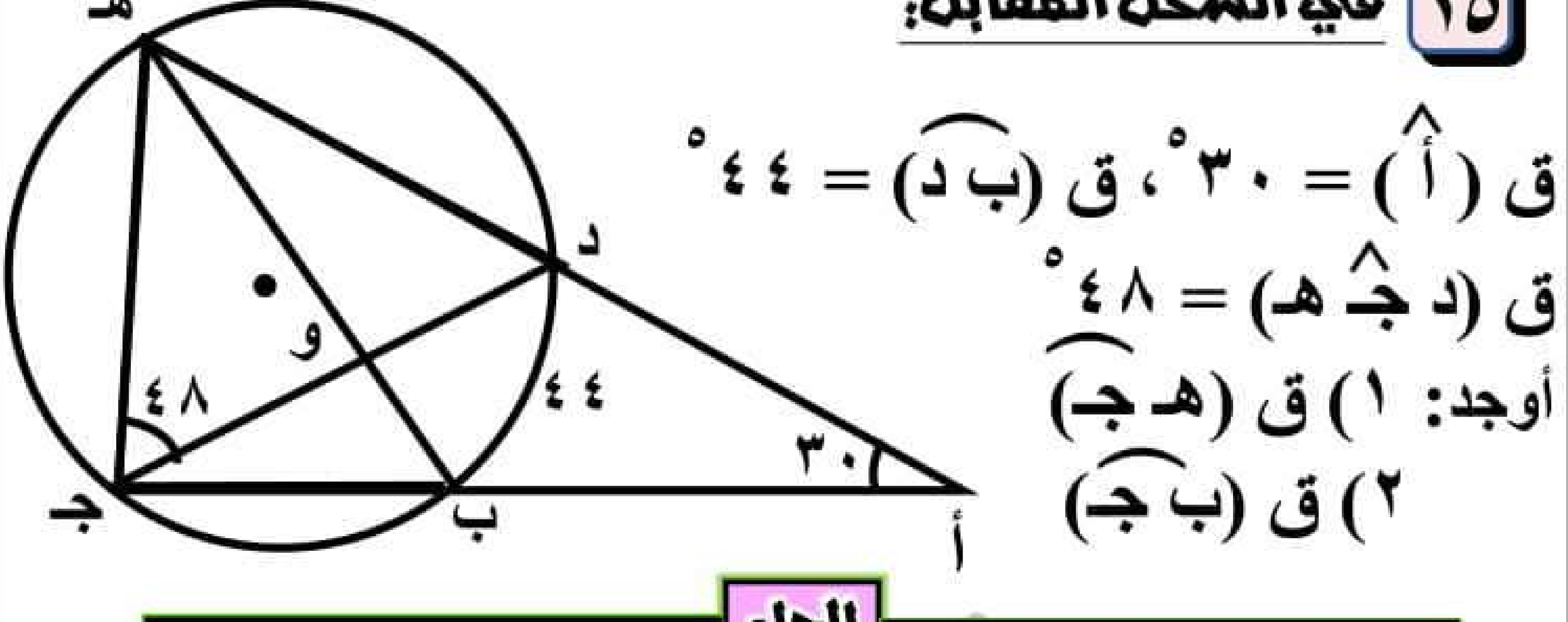
**٢٥ في الشكل المقابل:**

ق ( أ^ ) = ٣٠° ، ق (ب د⌒) = ٤٤°

ق (د جـ^ هـ) = ٤٨°

أوجد: ١) ق (هـ جـ⌒)

٢) ق (ب جـ⌒)




**الحل**

**من تمرين مشهور ٢ :**

ق(هـ جـ⌒) = ٢ ق ( أ^ ) + ق (د ب⌒)

∴ ق (هـ جـ⌒) = ٢ × ٣٠ + ٤٤ = ١٠٤° **أولا**

∵ ق (د جـ^ هـ) المحيطية = ٤٨°

∴ ق(د هـ⌒) = ٤٨×٢ = ٩٦°

∵ قياس الدائرة = ٣٦٠°

∴ ق (ب جـ⌒) = ٣٦٠ − ( ٤٤ + ١٠٤ + ٩٦ ) = ١١٦°

**٢٦ في الشكل المقابل:**

Δ أ ب جـ مرسوم خارج الدائرة م

وتمس أضلاعه أب ، أجـ ، ب جـ

فى د ، هـ ، و على الترتيب

أد= ٥سم ، ب هـ= ٤سم ،جـ و= ٣سم

أوجد محيط Δ أ ب جـ

**الحل**

∵ أ د ، أ و قطعتان مماستان

∴ أ د = أ و = ٥سم

∵ ب د ، ب هـ قطعتان مماستان

∴ ب د = ب هـ = ٤ سم

∵ جـ هـ ، جـ و قطعتان مماستان

∴ جـ هـ = جـ و = ٣سم

∴ أ ب = ٥ + ٤ = ٩ سم ، أ جـ = ٥ + ٣ = ٨ سم

ب جـ = ٤ + ٣ = ٧ سم

∴ محيط Δ أ ب جـ = ٩ + ٨ + ٧ = ٢٤ سم

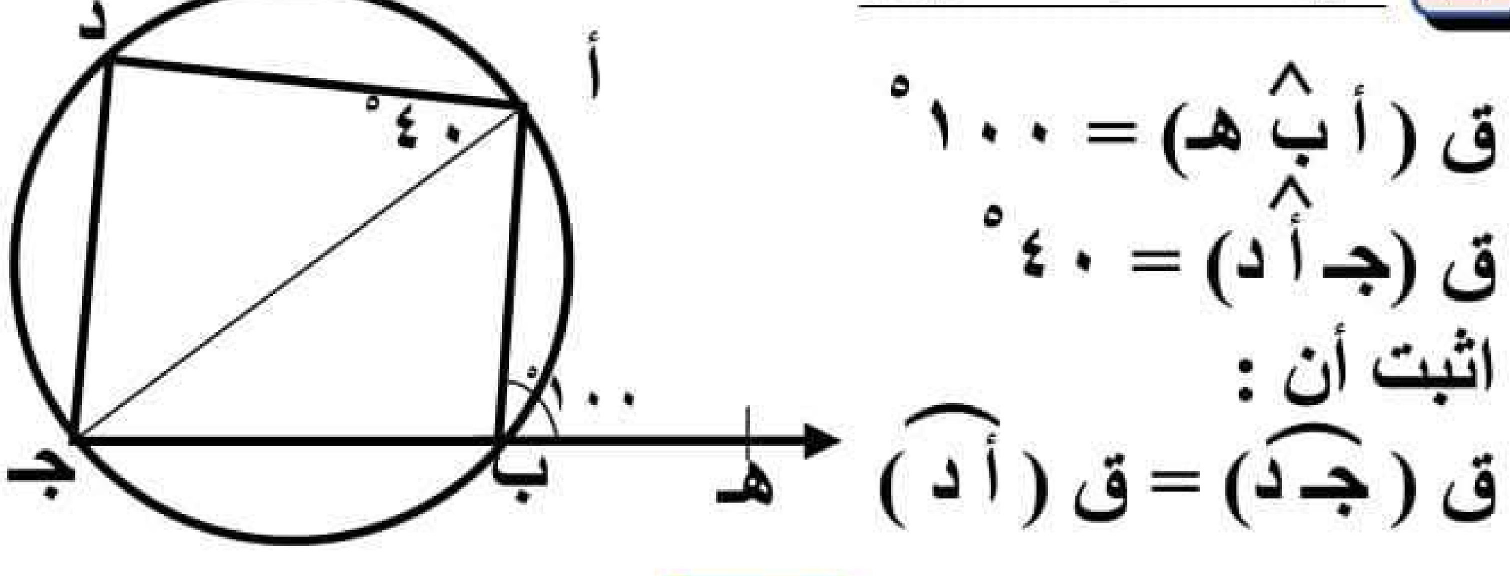
**٢٧ في الشكل المقابل:**

ق ( أ ب^ هـ) = ١٠٠°

ق (جـ أ^ د) = ٤٠°

اثبت أن :

ق (جـ د⌒) = ق ( أ د⌒)




**الحل**

∵ أ ب^ هـ زاوية خارجة عن الرباعى الدائرى أ ب جـ د

∴ ق ( د^ ) = ق (أ ب^ هـ) = ١٠٠°

**في Δ أ د جـ :**

ق (أ جـ^ د) = ١٨٠ − ( ١٠٠ + ٤٠ ) = ٤٠°

∵ ق (د أ^ جـ) = ق (أ جـ^ د) = ٤٠

∴ أ د = د جـ

∴ ق (جـ د⌒) = ق (أ د⌒)

**٢٨ في الشكل المقابل:**

م دائرة ، ق (أ م^ ب) = ٩٠°

طول نصف قطرها = ٧ سم

أوجد طول أ ب⌒ حيث $\pi = \frac{٢٢}{٧}$

**الحل**

∵ ق (م^) المركزية = ٩٠ ∴ ق (أ ب⌒) = ٩٠°

طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{٣٦٠} \times ٢ \pi$ نق

$= \frac{٩٠}{٣٦٠} \times ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧ =$ ١١ سم

**٢٩** أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{١}{٣}$ الدائرة .

ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطرالدائرة ٧ سم .

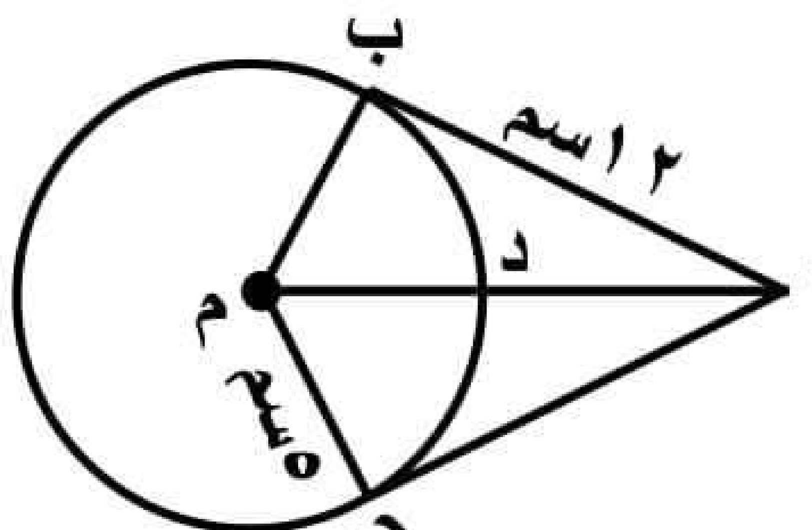
**الحل**

قياس القوس الذى يمثل $\frac{١}{٣}$ الدائرة = $\frac{٣٦٠}{٣}$ = ١٢٠°

طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{٣٦٠} \times ٢ \pi$ نق

$= \frac{١٢٠}{٣٦٠} \times ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧ =$ ١٤,٦ سم

**٣٠ في الشكل المقابل:**

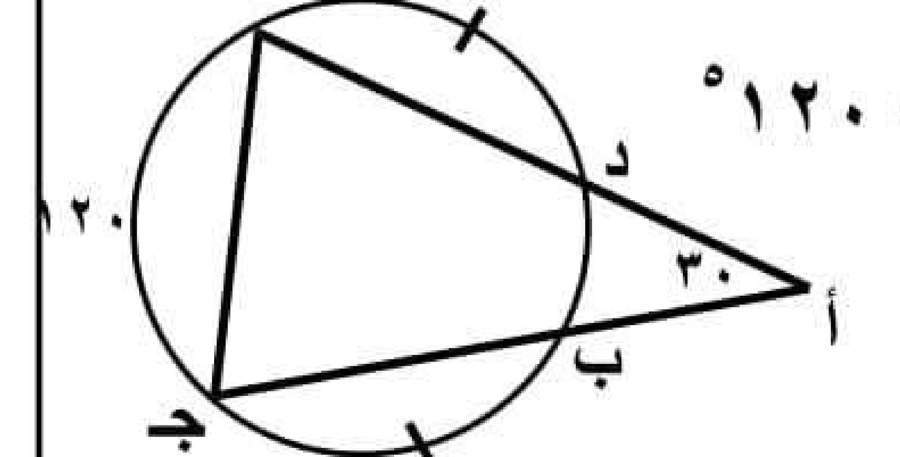



أ جـ ، أ ب مماستان
أ ب = ١٢ سم
، جـ م = ٥ سم
أوجد طول: أ جـ ، أ د

**الحل**

∵ أ ب = أ جـ قطعتان مماستان
∴ أ جـ = ١٢ سم **المطلوب الأول**
∵ أ جـ مماسة ، م جـ نصف قطر
∴ م جـ ⊥ أ جـ ∴ Δ أ جـ م قائم
**في Δ أ جـ م من فيثاغورث:**
∴ (أ م)^٢ = ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩ ∴ أ م = ١٣ سم
∵ م د = م جـ = ٥ سم (أنصاف أقطار)
∴ أ د = ١٣ ـ ٥ = ٨ سم **المطلوب الثانى**

**٣٢ في الشكل المقابل:**

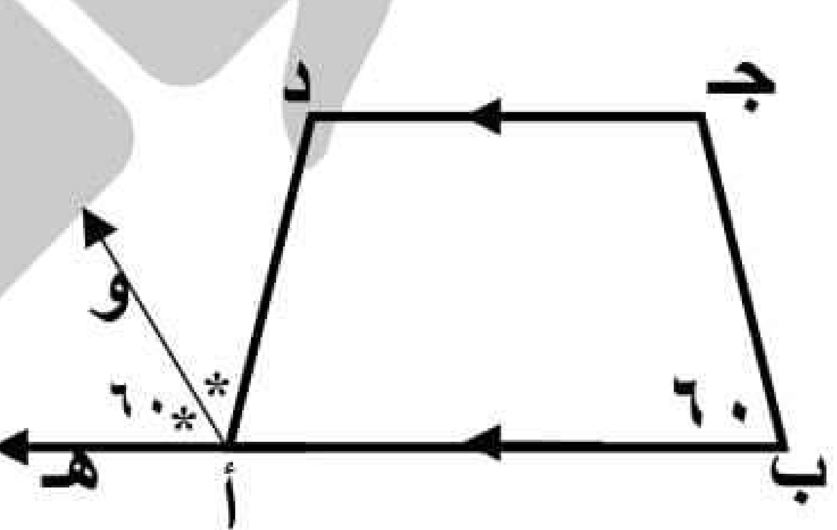



ق (أ^) = ٣٠° ، ق (هـ جـ⌒) = ١٢٠°
ق (ب جـ⌒) = ق (د هـ⌒)
١- أوجد : ق (ب د⌒) الأصغر
٢- اثبت أن : أ ب = أ د

**الحل**

**من تمرين مشهور ٢ :**
ق (ب د⌒) = ق (هـ جـ⌒) – ٢ ق(أ^) = ١٢٠ – ٦٠ = ٦٠°
∵ ق (د هـ⌒) = ق (ب جـ⌒) **بإضافة ق (د ب⌒) للطرفين**
∴ ق (ب د^ هـ) = ق (د ب^ جـ)
∴ ق (جـ^) المحيطية = ق (هـ^) المحيطية
∴ أ جـ = أ هـ ← (١)
، ∵ ق (ب جـ⌒) = ق (د هـ⌒) ∴ ب جـ = د هـ ← (٢)
**بطرح ٢ من ١ ينتج أن** : أ ب = أ د

**٣١ في الشكل المقابل:**

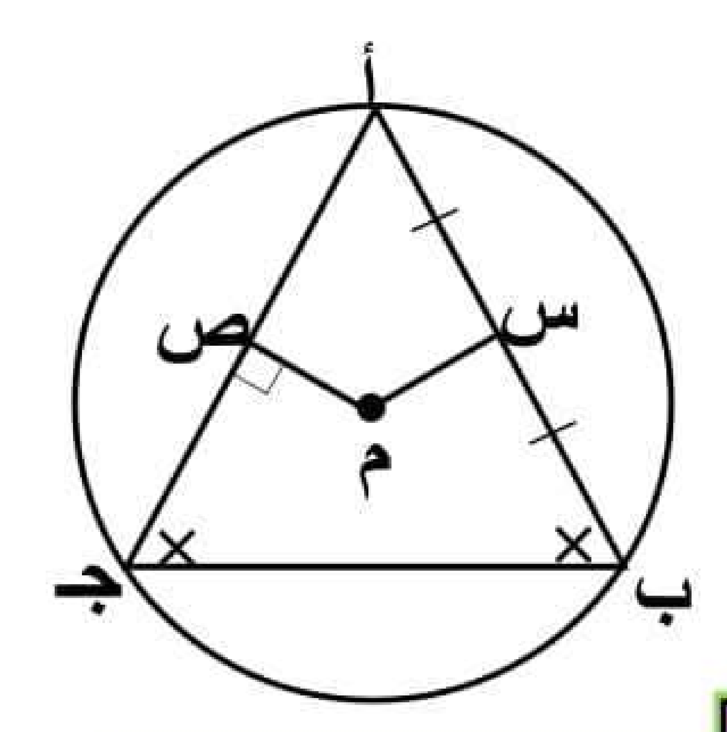



جـ د // ب هـ
أ و ينصف د أ هـ
ق (و أ^ هـ) = ٦٠°
ق(ب^) = ٦٠°
اثبت أن: الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

**الحل**

∵ أ و ينصف د أ^ هـ
∴ ق (د أ^ هـ) = ٦٠ × ٢ = ١٢٠° ← (١)
∵ جـ د // ب هـ
∴ ق (جـ^) = ١٨٠ ـ ٦٠ = ١٢٠ بالتداخل ← (٢)
**من ١ ، ٢ ينتج أن:**
ق (د أ^ هـ) الخارجة = ق (جـ^) المقابلة للمجاورة
∴ **الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى**

**٣٣ في الشكل المقابل:**




أ ب جـ Δ مرسوم داخل دائرة م
ق (ب^) = ق (جـ^)
س منتصف أ ب ، م ص ⊥ أ جـ
اثبت أن : م س = م ص

**الحل**

∵ س منتصف أ ب
∴ م س ⊥ أ ب
**في Δ أ ب جـ :**
∵ ق (ب^) = ق (جـ^)
∴ أ ب = أ جـ **أوتار متساوية**
∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)

### ٣٤ في الشكل المقابل:

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

أ ب // جـ د ،

ق (ب م̂ د) = ١٣٠°

١- اثبت أن : جـ ب ينصف أ جـ̂ د

٢- أوجد ق (أ̂)

**الحل**

∵ ق (ب جـ̂ د) المحيطية = ١/٢ ق (م̂) المركزية

∴ ق(ب جـ̂ د) = ٦٥°

∵ أ ب // جـ د

∴ ق (أ ب̂ جـ) = ق (ب جـ̂ د) = ٦٥° بالتبادل ← (١)

∵ أ ب = ب جـ (قطعتان مماستان)

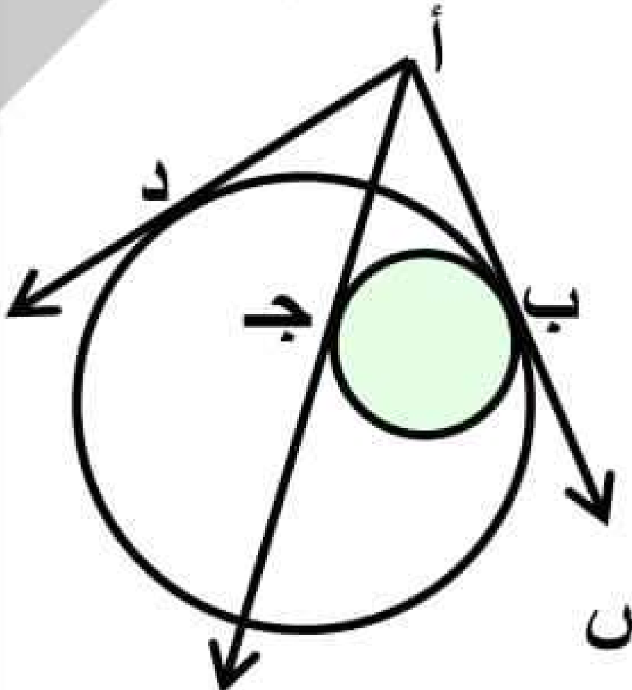
∴ ق (أ ب̂ جـ) = ق (أ جـ̂ ب) = ٦٥° ← (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن: ق (ب جـ د) = ق (أ جـ ب)

∴ جـ ب ينصف أ جـ̂ د **المطلوب الأول**

ق (أ̂) = ١٨٠ − ( ٦٥ + ٦٥ ) = ٥٠°

### ٣٥ في الشكل المقابل:




دائرتان متماستان من الداخل فى ب

أ ب مماس مشترك للدائرتين

أ جـ مماس للصغرى، أ د مماس للكبرى

أ جـ = ١٥ سم ، أب = (٢س-٣) سم

أ د = (ص-٢) سم أوجد قيمة س ، ص

**الحل**

∵ أ ب = أ جـ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى

∴ أ ب = ١٥

∴ ٢س − ٣ = ١٥ ⇦ ٢س = ١٨

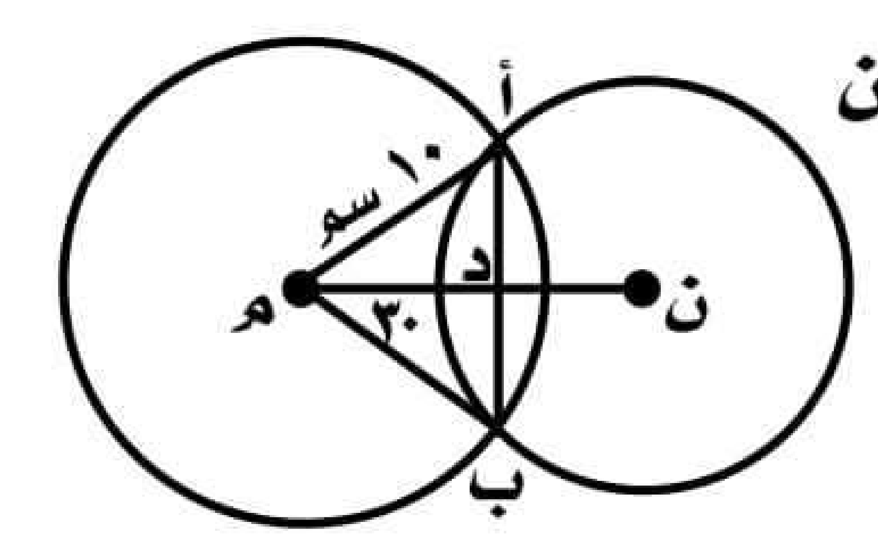
∴ س = ٩

∵ أ ب = أ د قطعتان مماستان للدائرة الكبرى

∴ أ د = ١٥ ∴ ص - ٢ = ١٥

∴ ص = ١٧

### ٣٦ في الشكل المقابل:




م ، ن دائرتان متقاطعتان

م أ = ١٠ سم

ق (ب م̂ ن) = ٣٠°

أوجد طول أ ب

**الحل**

∵ م أ = م ب أنصاف أقطار

∴ م ب = ١٠ سم

∵ م ن خط مركزين ، أ ب وتر مشترك

∴ أ ب ⊥ م ن ∴ Δ م د ب قائم في د

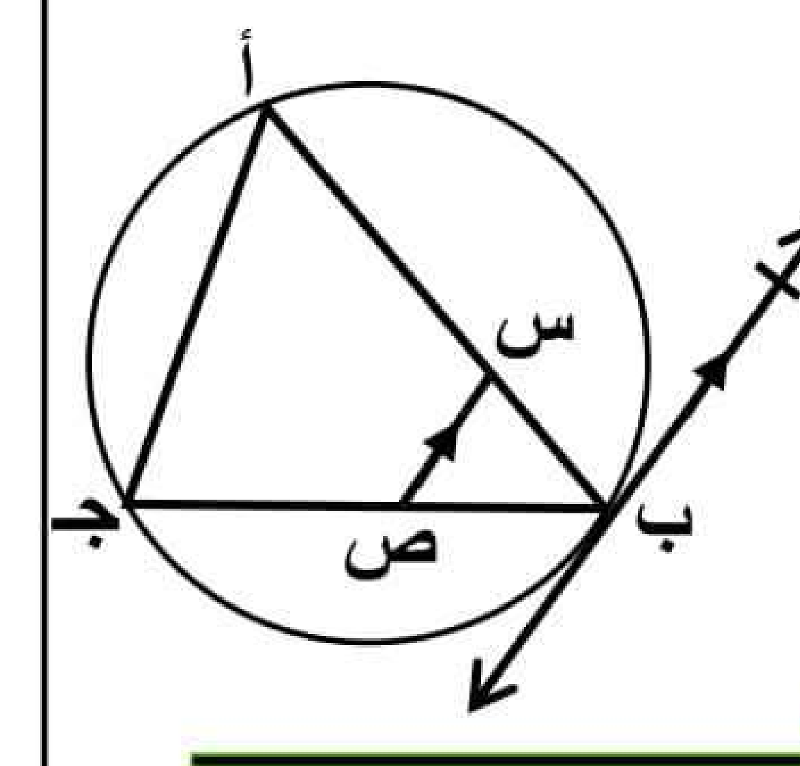
في Δ م د ب:

د ب = ١/٢ م ب = ٥ سم (ضلع مقابل للزاوية ٣٠)

∵ خط المركزين م ن ينصف الوتر المشترك أ ب

∴ أ ب = ٥ × ٢ = ١٠ سم

### ٣٧ في الشكل المقابل:




أ ب جـ Δ مرسوم داخل دائرة

س ص // ب د

اثبت أن :

أ س ص جـ رباعى دائرى

**الحل**

∵ س ص // ب د

∴ ق (أ ب̂ د) = ق (ص س̂ ب) بالتبادل ← (١)

∵ ق (أ ب̂ د) المماسية = ق (جـ̂) المحيطية ← (١)

من ١ ، ٢ ينتج أن :

ق (ص س̂ ب) = ق (جـ̂)

أي أن : قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

∴ الشكل أ س ص جـ رباعى دائرى

## ٣٨ في الشكل المقابل:

م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

م أ = ٦سم ، ن أ = ٨سم

م أ ⊥ أ ن

أوجد طول أ ب

**الحل**

**في Δ أ م ن (من فيثاغورث) :**

∵ م أ ⊥ م ن ∴ (م ن)$^{٢}$ = ٦$^{٢}$ + ٨$^{٢}$ = ١٠٠

∴ م ن = ١٠ سم

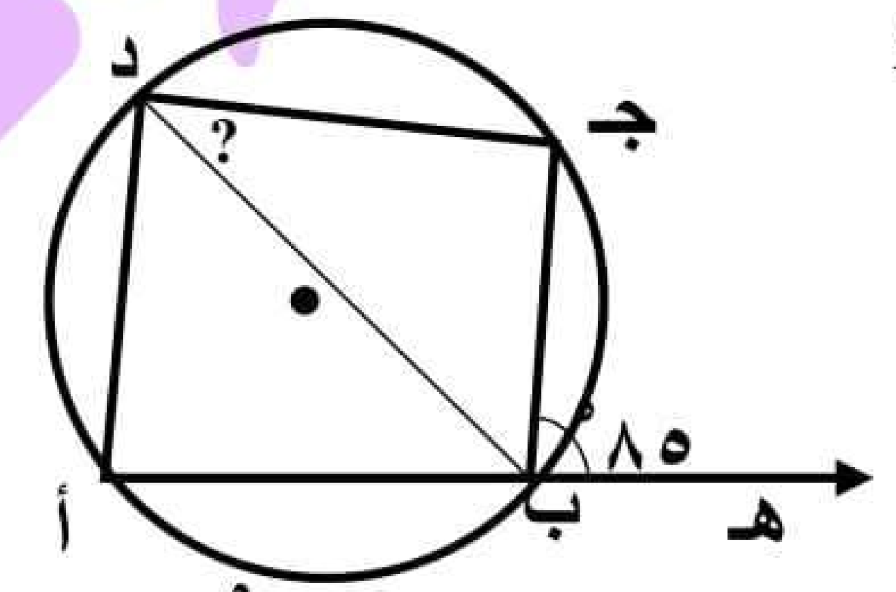
∵ أ ب وتر مشترك ∴ م ن ⊥ أ ب

من إقليدس : أ جـ = $\frac{\text{أ م} \times \text{أ ن}}{\text{م ن}}$ = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤٫٨ سم

∵ أ ب وتر مشترك ∴ م ن ينصف أ ب

∴ أ ب = ٢ × ٤٫٨ = ٩٫٦ سم

## ٣٩ في الشكل المقابل:




هـ ∈ أ ب

ق ( أ ب ) = ١١٠°

ق (جـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد ق (ب د جـ)

**الحل**

∵ ق ( أ ب ) = ١١٠°

∴ ق (ب د̂ أ) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق (أ ب) = $\frac{١١٠}{٢}$ = ٥٥°

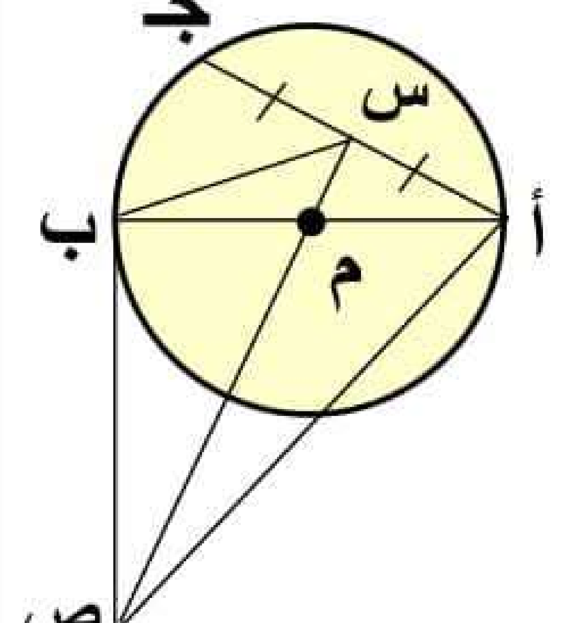
∵ جـ ب̂ هـ خارجة عن الرباعى الدائرى أ ب جـ د

∴ ق (جـ د̂ أ) = ق (جـ ب̂ هـ) = ٨٥°

∴ ق (ب د̂ جـ) = ق (جـ د̂ أ) − ق (ب د̂ أ)

= ٨٥ − ٥٥ = ٣٠°

## ٤٠ في الشكل المقابل:




أ ب قطر فى الدائرة م

س منتصف أ جـ ، ب ص مماس

اثبت أن :

الشكل أ س ب ص رباعى دائرى

**الحل**

∵ س منتصف أ جـ ∴ م س  أ جـ

∴ ق (أ س̂ م) = ٩٠° ⟵ (١)

∵ ب ص مماس ، أ ب قطر ∴ أ ب  ب ص

∴ ق (م ب̂ ص) = ٩٠° ⟵ (٢)

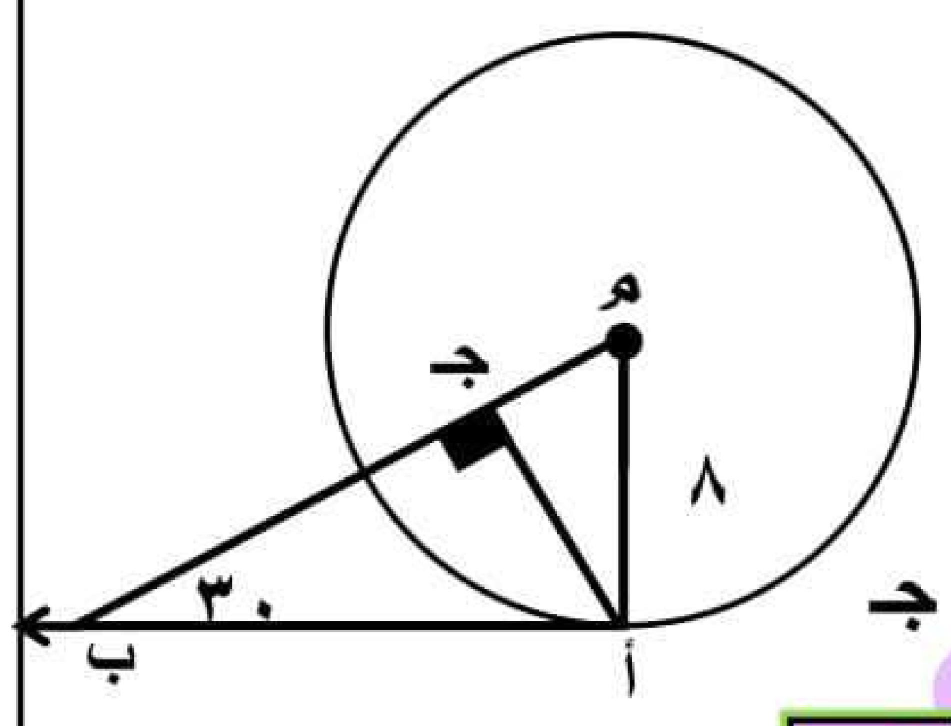
**من ١ ، ٢ ينتج أن :**

ق (أ س̂ ص) = ق (أ ب̂ ص)

**وهما مرسومتان على قاعدة واحدة وهى أ ص وفى جهة واحدة منها**

∴ أ س ب ص رباعى دائرى

## ٤١ في الشكل المقابل:




أ ب مماس للدائرة عند أ

م أ = ٨ سم

ق ( ب̂ ) = ٣٠°

أوجد طول كل من أ ب ، أ جـ

**الحل**

∵ أ ب مماس ∴ م أ ⊥ أ ب ∴ Δ م أ ب قائم

∵ ق(م ب̂ أ) = ٣٠° ∴ م ب = ٢ × ٨ = ١٦ سم

**من فيثاغورث : في Δ م أ ب**

(أ ب)$^{٢}$ = ٢٥٦ − ٦٤ = ١٩٢

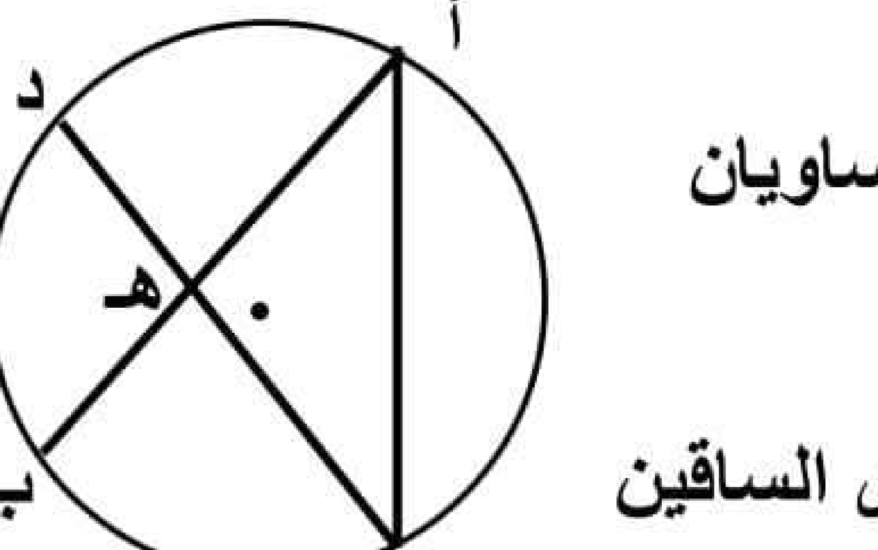
∴ أ ب = $\sqrt{١٩٢}$ = ٨ $\sqrt{٣}$ سم

**في Δ أ ب جـ :**

∵ أ جـ هو الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

∴ أ جـ = $\frac{١}{٢}$ الوتر أ ب ∴ أ جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ $\sqrt{٣}$ = ٤ $\sqrt{٣}$ سم

**٤٢ في الشكل المقابل:**




$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$ وتران متساويان في الطول

اثبت أن :

$\Delta$ أ جـ هـ متساوى الساقين

**الحل**

∵ أ ب = جـ د

∴ ق $(\overset{\frown}{\text{أ ب}})$ = ق$(\overset{\frown}{\text{جـ د}})$

**بطرح ق $(\overset{\frown}{\text{د ب}})$ من الطرفين**

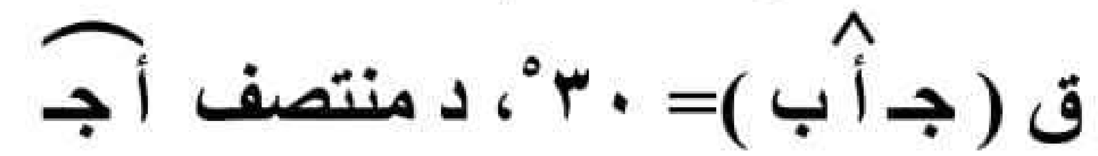
∴ ق $(\overset{\frown}{\text{أ د}})$ = ق $(\overset{\frown}{\text{ب جـ}})$

∴ ق ( جـ ) = ق ( أ )

∴ $\Delta$ أ جـ هـ متساوى الساقين

**٤٣ في الشكل المقابل:**

أ ب قطر في الدائرة م


ق ( جـ $\hat{\text{أ}}$ ب ) = ٣٠°، د منتصف $\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$

١- أوجد ق(ب $\hat{\text{د}}$ جـ) ، ق $(\overset{\frown}{\text{أ د}})$

٢- اثبت أن : $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$

**الحل**

∵ ق (ب $\hat{\text{د}}$ جـ) = ق (جـ $\hat{\text{أ}}$ ب)

محيطيتان مشتركتان في $\overset{\frown}{\text{جـ ب}}$

∴ ق (ب $\hat{\text{د}}$ جـ) = ٣٠° **أولاً**

∴ ق$(\overset{\frown}{\text{جـ ب}})$ = ٢ × ٣٠ = ٦٠°

∵ ق $(\overset{\frown}{\text{أ د جـ}})$ + ق $(\overset{\frown}{\text{جـ ب}})$ = ١٨٠°

∴ ق$(\overset{\frown}{\text{أ د جـ}})$ = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠°

∵ ق $(\overset{\frown}{\text{أ د}})$ = ق $(\overset{\frown}{\text{د جـ}})$ ∴ ق $(\overset{\frown}{\text{أ د}})$ = $\frac{١٢٠}{٢}$ = ٦٠°

∴ ق(د $\hat{\text{ب}}$ أ) المحيطية = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠°

∵ ق (ب $\hat{\text{د}}$ جـ) = ق (د $\hat{\text{ب}}$ أ) وهما متبادلتان ∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$

**٤٤ في الشكل المقابل:**


أ د = أ جـ ،

$\overrightarrow{\text{أ و}}$ ينصف ب $\hat{\text{أ}}$ جـ

اثبت أن:

د ب هـ و رباعى دائرى

**الحل**

$\Delta\Delta$ أ د هـ ، أ جـ هـ فيهما:

- ق (د $\hat{\text{أ}}$ هـ) = ق (جـ $\hat{\text{أ}}$ هـ)
- أ د = أ جـ
- أ هـ ضلع مشترك

∴ $\Delta$ أ د هـ ≡ $\Delta$ أ جـ هـ

∴ ق (أ $\hat{\text{جـ}}$ هـ) = ق (أ $\hat{\text{د}}$ هـ) ← (١)

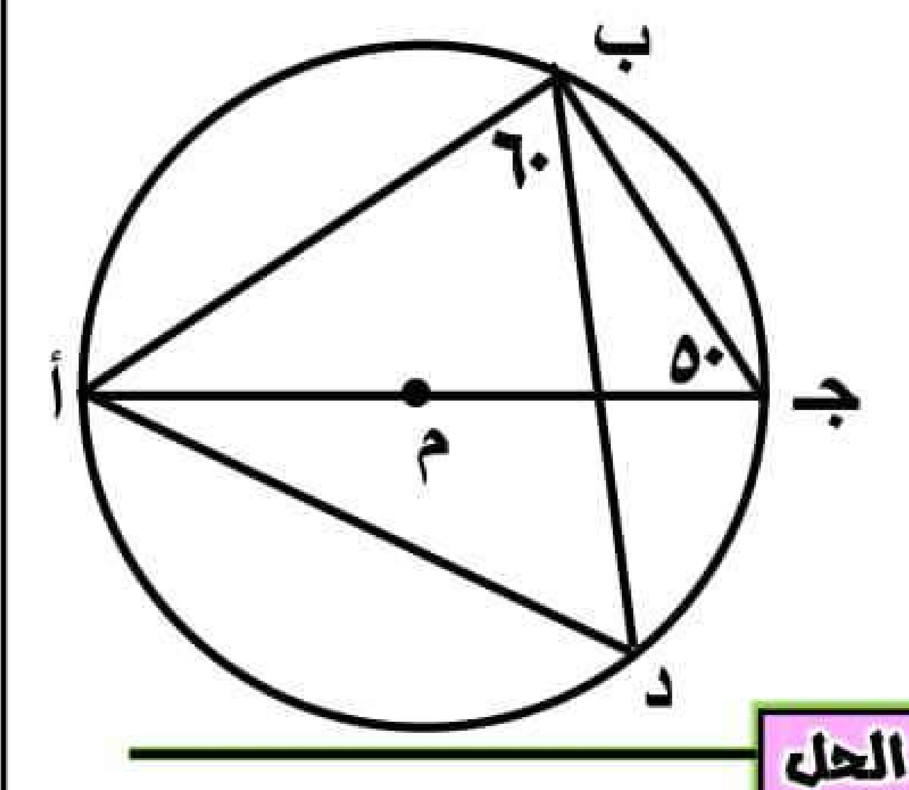
∵ ق (أ $\hat{\text{جـ}}$ هـ) = ق (أ $\hat{\text{و}}$ ب) ← (٢)

(لأنهما محيطيتان مشتركتان في القوس أ ب)

**من ١ ، ٢ ينتج أن:** ق (أ $\hat{\text{د}}$ هـ) = ق (أ $\hat{\text{و}}$ ب)

∴ الشكل د ب و هـ رباعى دائرى

**٤٥ في الشكل المقابل:**




أ جـ قطر في الدائرة م

ق $(\hat{\text{جـ}})$ = ٥٠°

ق(أ $\hat{\text{ب}}$ د) = ٦٠°

أوجد: ١) ق (جـ $\hat{\text{ب}}$ د)

٢) ق (ب $\hat{\text{أ}}$ د)

**الحل**

∵ $\overline{\text{أ جـ}}$ قطر ، جـ $\hat{\text{ب}}$ أ محيطية مرسومة في نصف دائرة

∴ ق (جـ $\hat{\text{ب}}$ أ) = ٩٠°

∴ ق(جـ $\hat{\text{ب}}$ د) = ٩٠ ـ ٦٠ = ٣٠°

∵ ق (ب $\hat{\text{جـ}}$ أ) = ق (ب $\hat{\text{د}}$ أ)

محيطيتان مشتركتان في $\overset{\frown}{\text{ب أ}}$

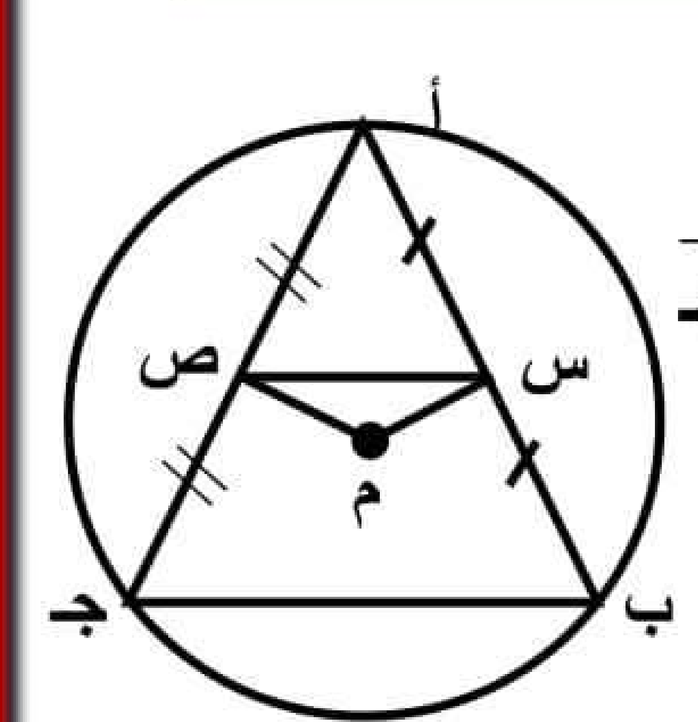
∴ ق(ب $\hat{\text{د}}$ أ) = ٥٠°

**في $\Delta$ ب د أ**

∴ ق(ب $\hat{\text{أ}}$ د) = ١٨٠ ـ (٦٠ + ٥٠) = ٧٠°

**٤٦** $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م
س ، ص منتصفا أ ب ، أ جـ على الترتيب
ق (م $\hat{س}$ ص) = ٣٠°
اثبت أن : ١- $\triangle$ م س ص متساوى الساقين
٢- $\triangle$ أ س ص متساوى الأضلاع

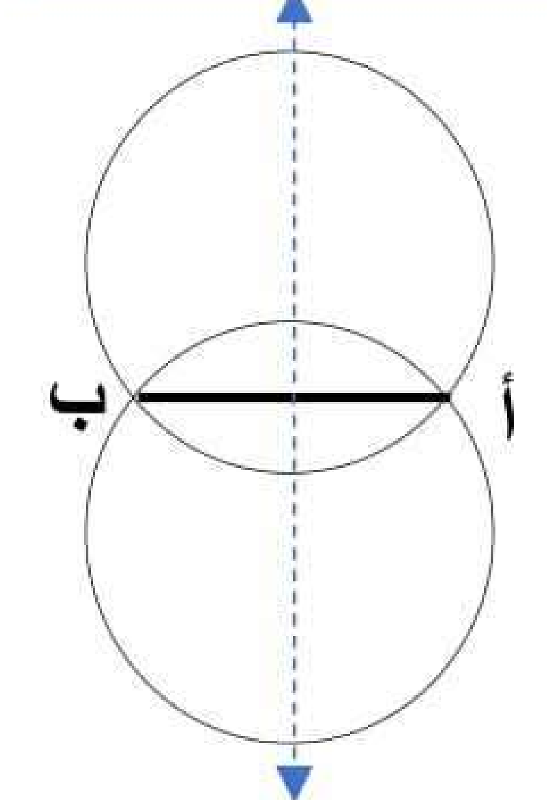
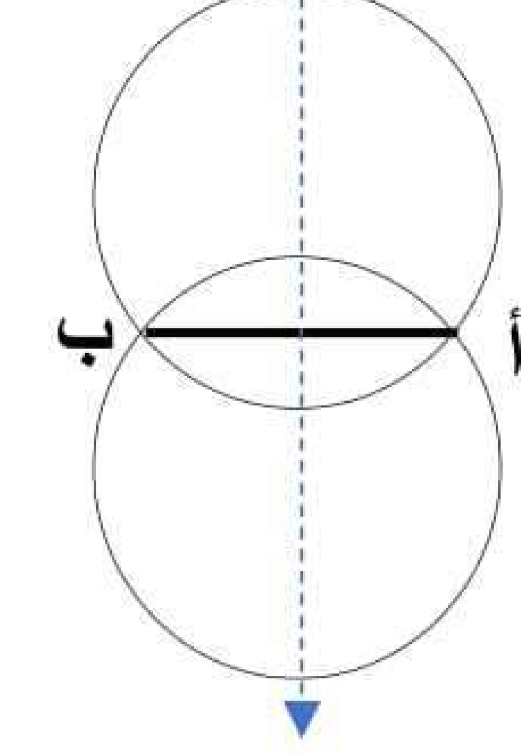
**الحل**




∵ س منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$
∵ ص منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ $\overline{مص} \perp \overline{أجـ}$
∵ أ ب = أ جـ (أوتار متساوية)
∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)
∴ $\triangle$ م س ص متساوى الساقين
∵ ق (م $\hat{س}$ ص) = ٣٠° ، ق (م $\hat{س}$ أ) = ٩٠°
∴ ق (أ $\hat{س}$ ص) = ٩٠ – ٣٠ = ٦٠°
، ق (أ $\hat{ص}$ س) = ٦٠° ∴ ق ($\hat{أ}$) = ٦٠°
∴ $\triangle$ أ س ص متساوى الأضلاع

**٤٧** باستخدام الأدوات الهندسية ارسم أ ب = ٦ سم
ثم ارسم دائرة قطرها ١٠ سم تمر بالنقطتين أ ، ب
وكم دائرة يمكن رسمها

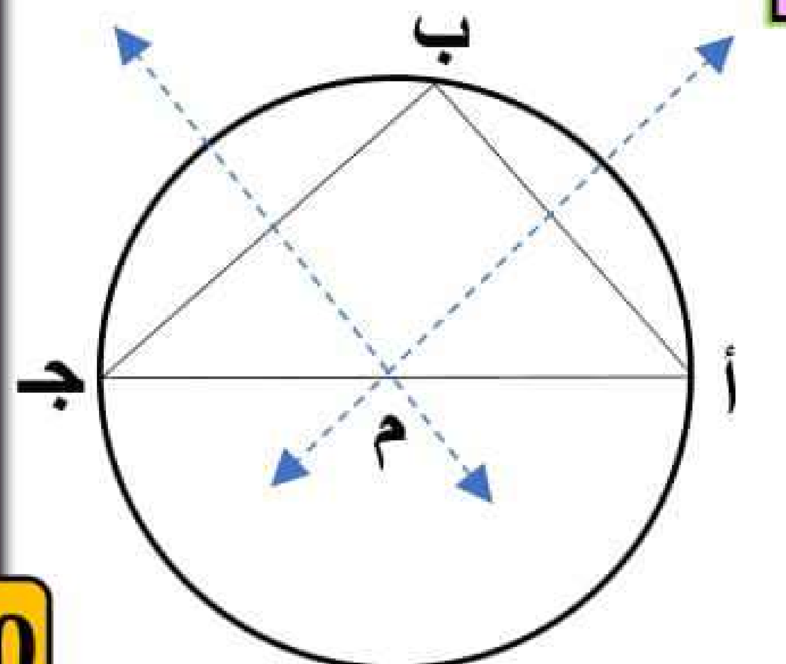
**الحل**


نق = ٥ سم
$\frac{١}{٢}$ أ ب = ٣سم
∵ نق > $\frac{١}{٢}$ أ ب
∴ عدد الحلول دائرتان

**٤٨** باستخدام الأدوات ارسم المثلث أ ب جـ القائم حيث
أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ثم ارسم دائرة تمر
بروؤس المثلث ثم أوجد طول نصف قطرها

**الحل**



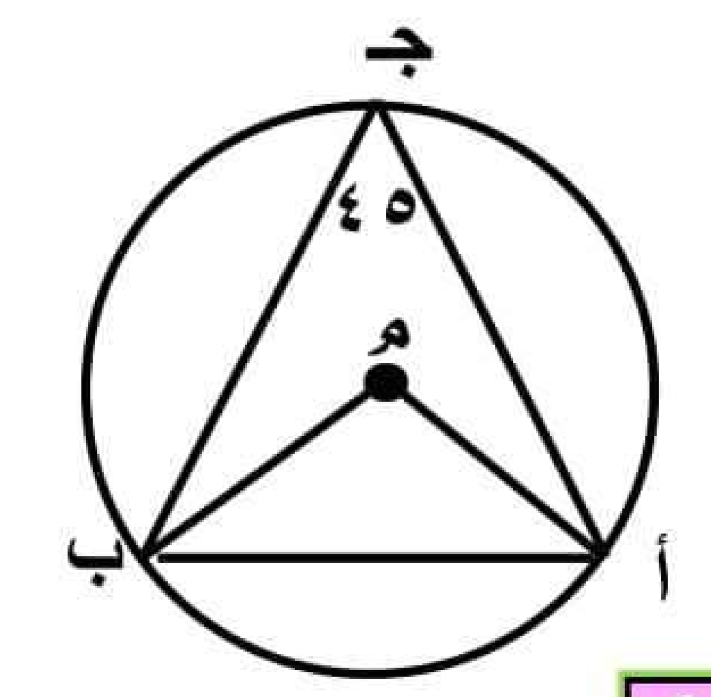

من فيثاغورث
أ جـ = ٥ سم
∵ المركز م ينصف وتر المثلث
∴ نق = ٢,٥ سم

**٤٩** **في الشكل المقابل:**
أ ب وتر فى الدائرة م
$\overline{جـم}$ // $\overline{أب}$
اثبت أن : ب هـ > أ هـ

**الحل**

∵ ق ($\hat{م}$) = ٢ ق ($\hat{ب}$)
مركزية ومحيطية مشتركتان في $\frown{أجـ}$
، ∵ $\overline{جـم}$ // $\overline{أب}$ ∴ ق ($\hat{م}$) = ق ($\hat{أ}$) بالتبادل
في $\triangle$ أ هـ ب : ∴ ق ($\hat{أ}$) = ٢ ق ($\hat{ب}$)
∴ ق ($\hat{أ}$) > ق ($\hat{ب}$) ∴ ب هـ > أ هـ

**٥٠** **في الشكل المقابل:**




ق ($\hat{جـ}$) = ٤٥°
أوجد ق (م $\hat{أ}$ ب)

**الحل**

∵ ق (أ $\hat{م}$ ب) المركزية = ٢ ق ($\hat{جـ}$) المحيطية
لأنهما مشتركتان في القوس أ ب
∴ ق (أ $\hat{م}$ ب) = ٩٠°
في $\triangle$ م أ ب : ∵ م أ = م ب = نق
∴ ق (م $\hat{أ}$ ب) = ق (م $\hat{ب}$ أ) = $\frac{١٨٠ - ٩٠}{٢}$ = ٤٥°

**٥١** **في الشكل المقابل:**
$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م
ق (د $\hat{م}$ ب) = ٥٠°
أوجد ق (أ $\hat{جـ}$ د)

**الحل**

∵ أ ب قطر ، أ جـ ب محيطية مرسومة في نصف دائرة
∴ ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = ٩٠° ← ١
∵ ق (د $\hat{جـ}$ ب) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق (د $\hat{م}$ ب) المركزية
∴ ق (د $\hat{جـ}$ ب) = ٢٥° ← ٢
بجمع ١ ، ٢ ينتج أن: ق (أ $\hat{جـ}$ د) = ٩٠ + ٢٥ = ١١٥°

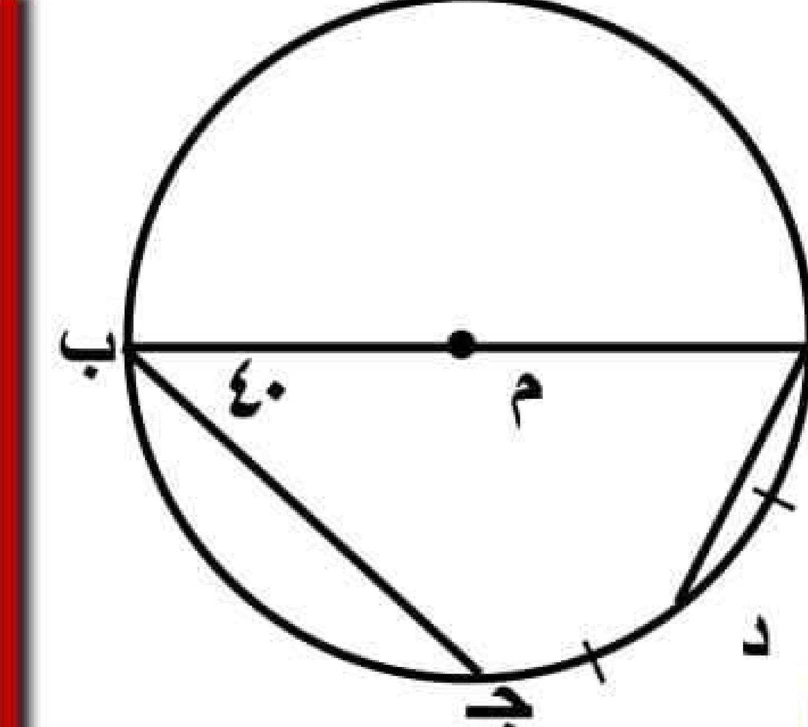
**٥٢ في الشكل المقابل:**

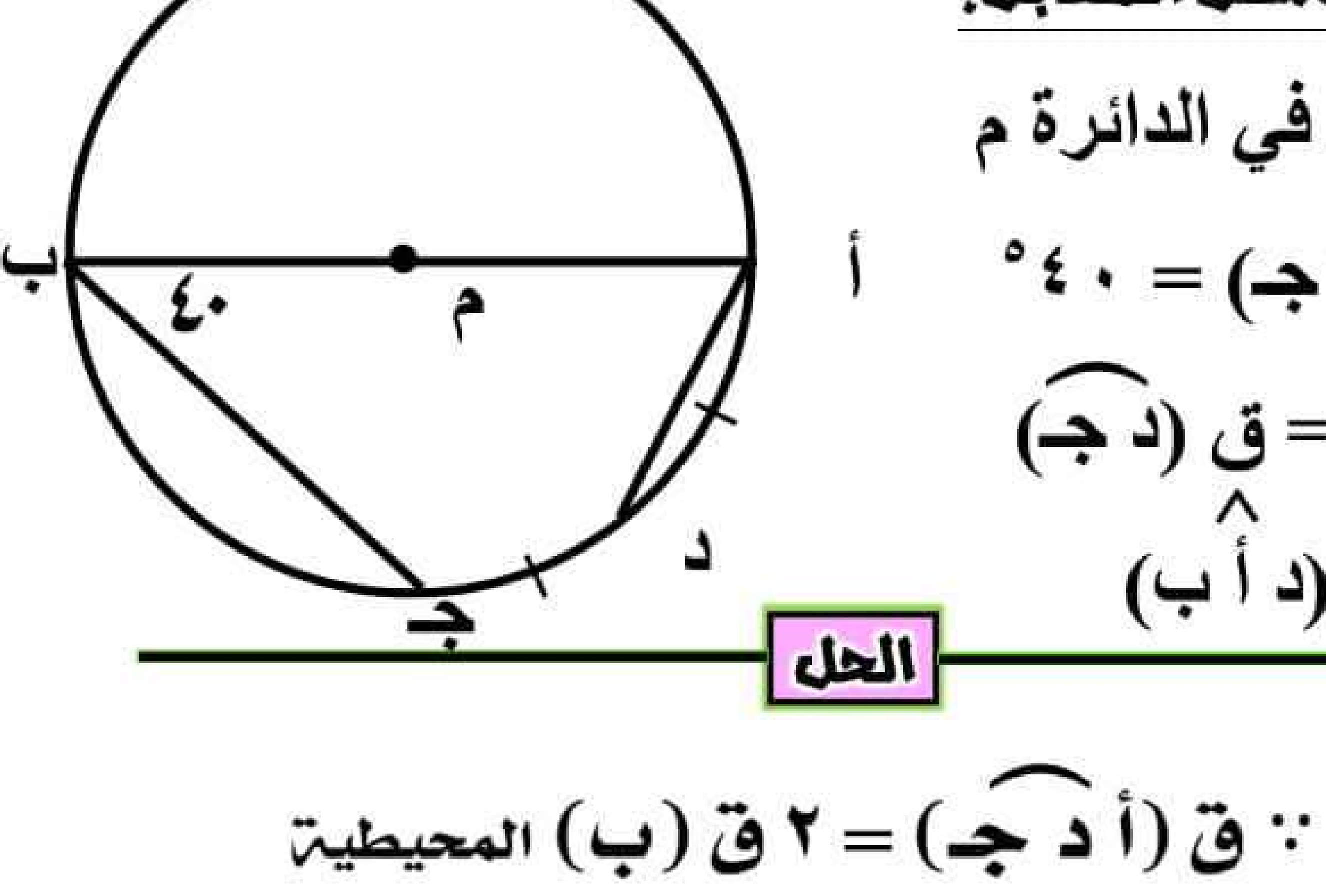
أ ب قطر في الدائرة م

ق ( أ ب̂ جـ ) = ٤٠°

ق (أ د⌒) = ق (د جـ⌒)

أوجد ق (د أ̂ ب)



**الحل**

∵ ق (أ د جـ⌒) = ٢ ق (ب) المحيطية

∴ ق (أ د جـ⌒) = ٢ × ٤٠ = ٨٠°

∵ ق (أ د⌒) = ق (د جـ⌒) = ٨٠ ÷ ٢ = ٤٠°

∵ أ ب قطر ∴ ق (أ جـ ب⌒) = ١٨٠°

∴ ق (ب جـ⌒) = ١٨٠ ـ ٨٠ = ١٠٠°

∴ ق (د جـ ب⌒) = ٤٠ + ١٠٠ = ١٤٠°

∴ ق (د أ̂ ب) المحيطية = ١/٢ ق (د جـ ب⌒) = ٧٠°

**٥٣ في الشكل المقابل:**

دائرتان متحدتا المركز م

ق ( ب̂ ) = ق ( هـ̂ )

اثبت أن : جـ د = ع ل






**الحل**

∵ ق (ب̂) = ق (هـ̂) ∴ أ ب = أ هـ

**في الدائرة الكبرى:**

∵ أ ب = أ هـ أوتار متساوية ، م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ هـ

∴ م س = م ص أبعاد متساوية

**في الدائرة الصغرى:**

∵ م س = م ص أبعاد متساوية

∴ جـ د = ع ل أوتار متساوية

**٥٤ اذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل الرباعى دائرياً**

**الحل**

١) إذا وجد زاويتان متقابلتان متكاملتان

٢) إذا وجد زاوية خارجة قياسها = المقابلة للمجاورة

٣) إذا وجد زايتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها ومتساويتان

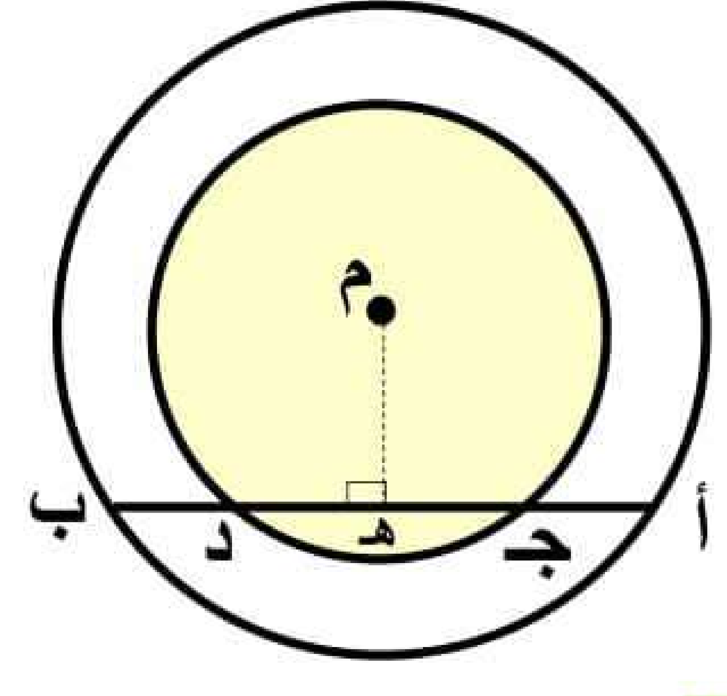
**٥٥ في الشكل المقابل:**

دائرتان متحدتا المركز م

أ ب وتر في الدائرة الكبرى

يقطع الصغرى في جـ ، د

اثبت أن : أ جـ = ب د




**الحل**

**العمل : نرسم م هـ ⊥ أ ب**

**في الدائرة الكبرى:**

∵ م هـ ⊥ أ ب ∴ هـ منتصف أ ب

∴ أ هـ = هـ ب ← ١

**في الدائرة الصغرى:**

∵ م هـ ⊥ جـ د ∴ هـ منتصف أ ب

∴ جـ هـ = هـ د ← ٢

**بطرح ١ ، ٢ ينتج أن:**

أ جـ = د ب

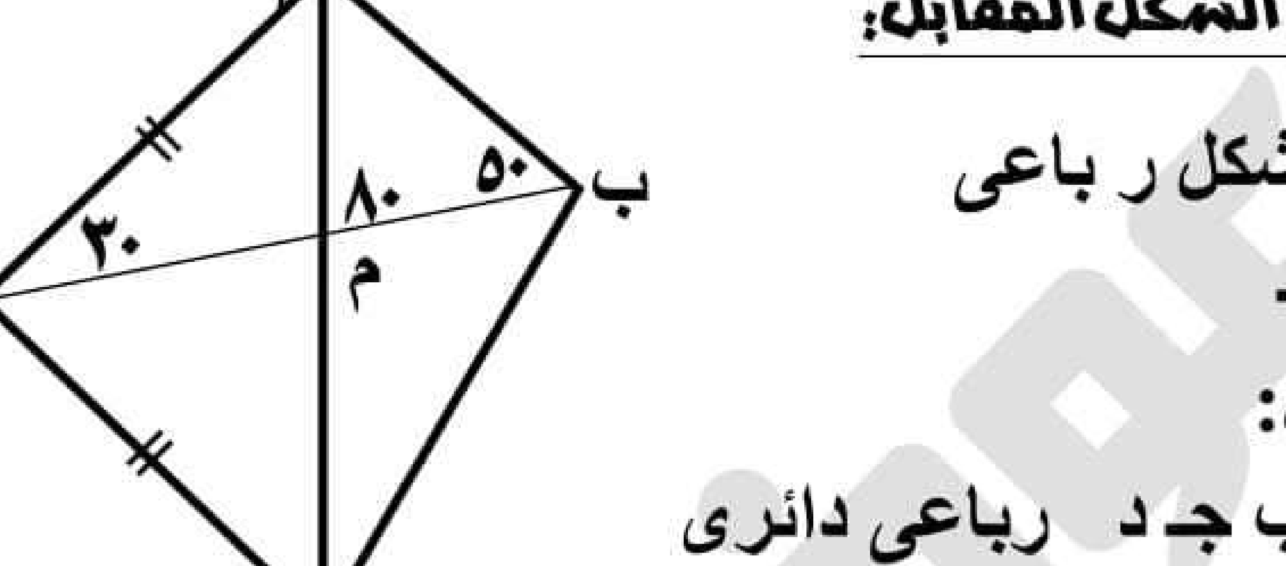
**٥٦ في الشكل المقابل:**

أ ب جـ د شكل رباعى

د أ = د جـ

اثبت أن:

الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى




**الحل**

∵ ق (ب م̂ د) = ١٨٠° زاوية مستقيمة

∴ ق (أ م̂ د) = ١٨٠ ـ ٨٠ = ١٠٠°

**في Δ أ م د:**

ق (م أ̂ د) = ١٨٠ ـ (١٠٠ + ٣٠) = ٥٠°

∵ أ د = د جـ

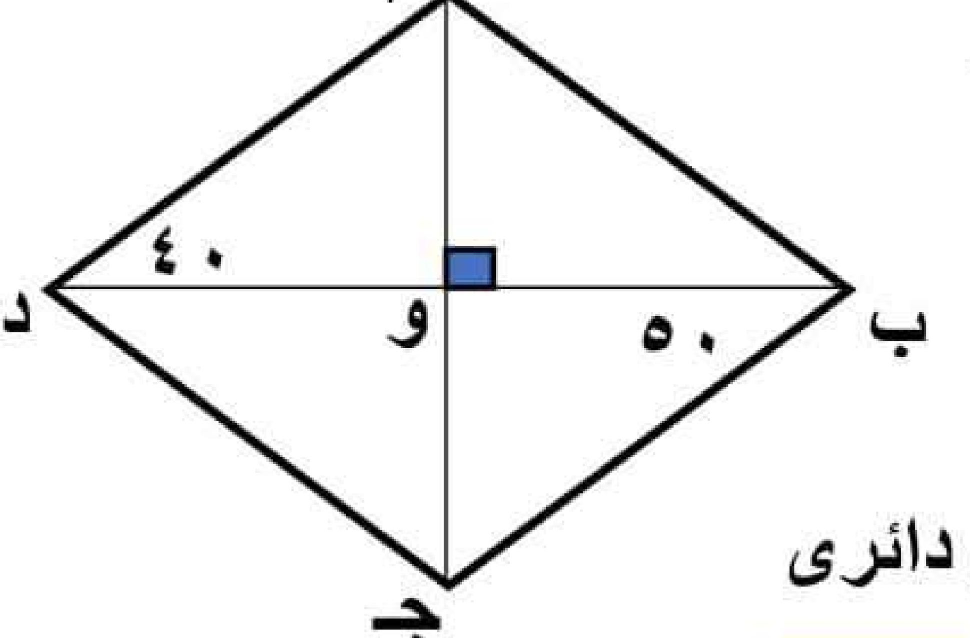
∴ ق (د جـ̂ أ) = ق (د أ̂ جـ) = ٥٠°

∴ ق (د جـ̂ أ) = ق (د ب̂ أ)

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة أ د

∴ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

**٥٧ في الشكل المقابل:**




أ ب جـ د شكل رباعى

أ جـ ⊥ ب د

برهن أن:

الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

**الحل**

في △ ب و جـ القائم الزاوية في و:

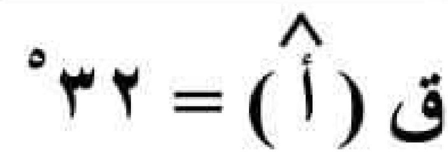
ق (ب جـ^ و) = ١٨٠ ـ (٩٠ + ٥٠) = ٤٠°

∵ ق (أ د^ ب) = ق (ب جـ^ أ) = ٤٠°

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة أ ب

∴ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

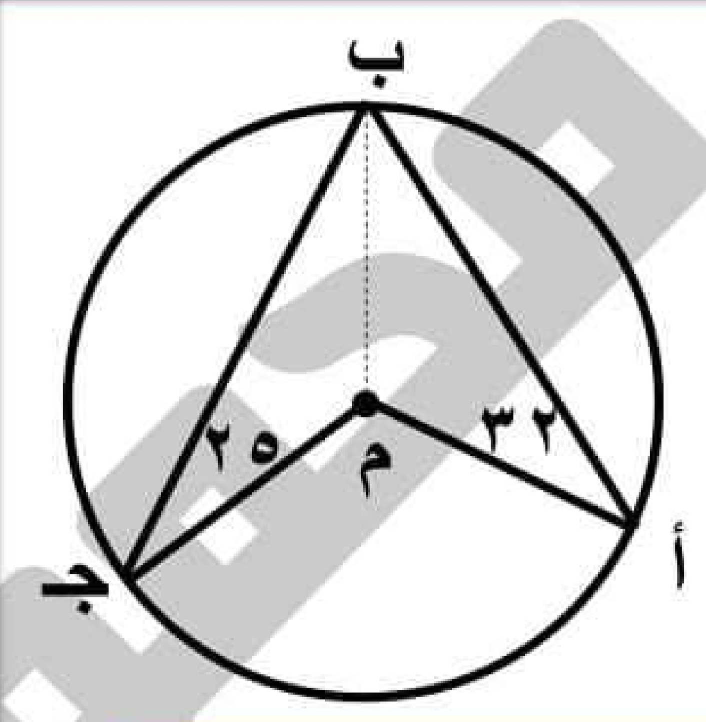
**٥٨ في الشكل المقابل:**



ق (أ^) = ٣٢°

ق (جـ^) = ٢٥°

أوجد: ق (أ م^ جـ)




**الحل**

العمل: نرسم ب م

∵ م أ = م ب أنصاف أقطار

∴ ق (أ ب^ م) = ق (ب أ^ م) = ٣٢

∵ م جـ = م ب أنصاف أقطار

∴ ق (جـ ب^ م) = ق (ب جـ^ م) = ٢٥°

∴ ق (أ ب^ جـ) = ٣٢ + ٢٥ = ٥٧°

∵ ق (أ م^ جـ) المركزية = ٢ ق (أ ب^ جـ) المحيطية

∴ ق (أ م^ جـ) = ٥٧ × ٢ = ١١٤°

**٥٩ في الشكل المقابل:**

أ جـ ، أ هـ مماسان للدائرتان



اثبت أن :

ب جـ = د هـ

**الحل**

في الدائرة الصغرى:

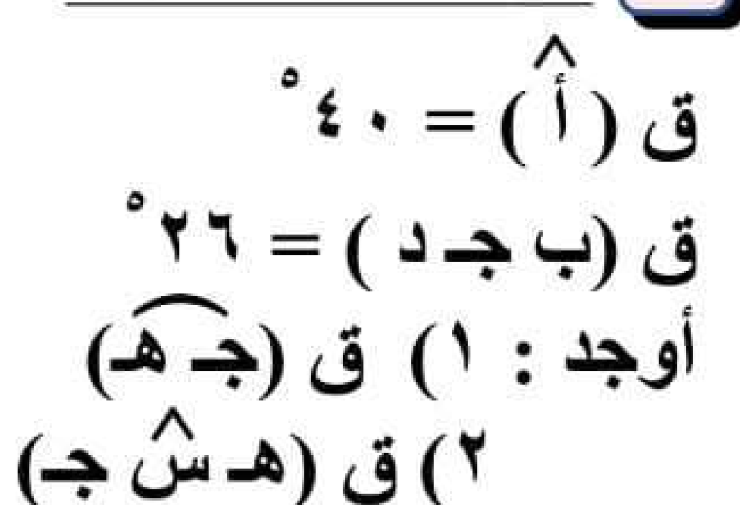
∵ أ ب ، أ د مماستان ∴ أ ب = أ د ← ١

في الدائرة الكبرى:

∵ أ جـ ، أ هـ مماستان ∴ أ جـ = أ هـ ← ٢

بطرح ١ ، ٢ ينتج أن: ب جـ = د هـ

**٦٠ في الشكل المقابل:**



ق (أ^) = ٤٠°

ق (ب جـ د) = ٢٦°

أوجد : ١) ق (جـ هـ⌒)

٢) ق (هـ س^ جـ)

**الحل**

∵ ق (د ب⌒) = ٢ ق (جـ^) المحيطية

∴ ق (د ب⌒) = ٢ × ٢٦ = ٥٢°

من تمرين مشهور٢:

ق (جـ هـ⌒) = ٢ ق (أ^) + ق (د ب⌒)

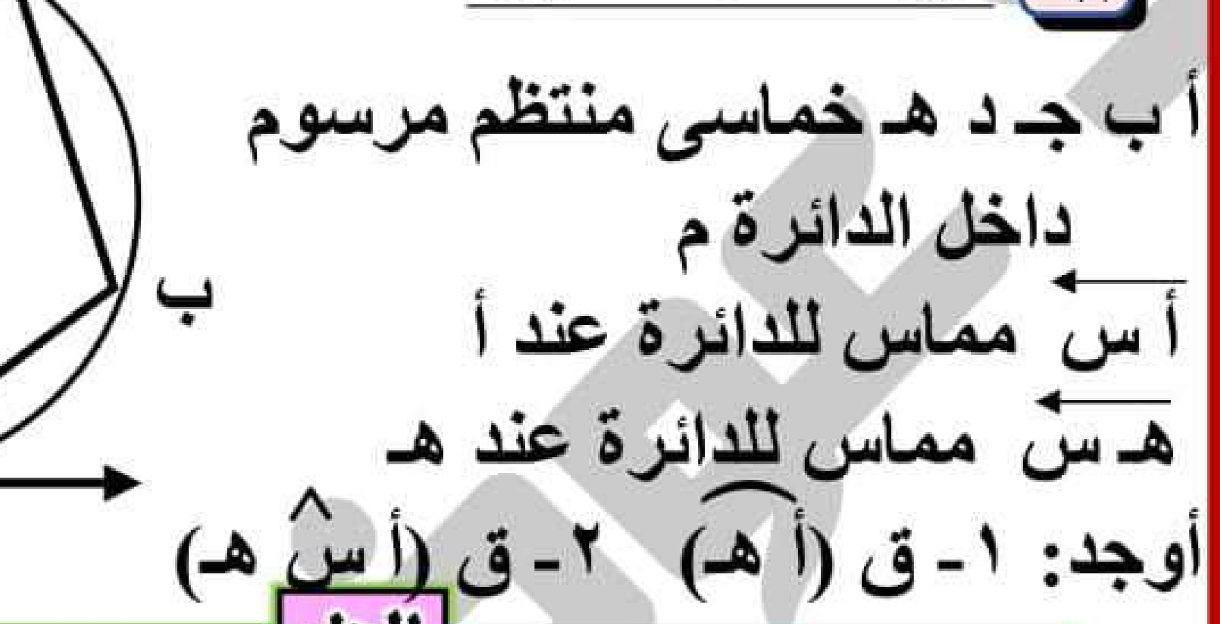
= ٢ × ٤٠ + ٥٢ = ١٣٢° **المطلوب الأول**

من تمرين مشهور١:

ق (هـ س^ جـ) = $\frac{١}{٢}$ [ق (د ب⌒) + ق (جـ هـ⌒)]

= $\frac{١}{٢}$ (٥٢ + ١٣٢) = ٩٢°

**٦١ في الشكل المقابل:**



أ ب جـ د هـ خماسى منتظم مرسوم داخل الدائرة م

أ س مماس للدائرة عند أ

هـ س مماس للدائرة عند هـ

أوجد: ١- ق (أ هـ⌒) ٢- ق (أ س^ هـ)

**الحل**



العمل : نرسم م أ ، م هـ

∵ أ ب جـ د هـ خماسى منتظم

∴ أ ب = ب جـ = جـ د = د هـ = أ هـ

∴ ق(أ ب⌒) = ق(ب جـ⌒) = ق(جـ د⌒) = ق (د هـ⌒) = ق(أ هـ⌒)

∵ قياس الدائرة = ٣٦٠° ∴ ق(أ هـ⌒) = $\frac{٣٦٠}{٥}$ = ٧٢° **أولا**

∵ ق(أ هـ⌒) = ٧٢° ∴ ق (أ م^ هـ) = ٧٢°

∵ أ س مماس ∴ ق (م أ^ س) = ٩٠°

∵ هـ س مماس ∴ ق (م هـ^ س) = ٩٠°

في الشكل الرباعى م أ س هـ :

ق(أ س^ هـ) = ٣٦٠ – ( ٧٢ + ٩٠ + ٩٠) = ١٠٨°

السادة المعلمين الراغبين في كتابة بياناتهم على الملازم عليهم بالتواصل على واتساب رقم ٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

# اختر الإجابة الصحيحة:

**١** عدد محاور التماثل لأى دائرة هو ..........................

أ) صفر  ب) ١  جـ) ٢  د) عدد لا نهائي

**٢** عدد محاور تماثل نصف الدائرة هو ..........................

أ) صفر  ب) ١  جـ) ٢  د) عدد لا نهائي

**٣** وتر طوله ٨ سم في دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإنه يبعد عن مركزها ............ سم

أ) ٣  ب) ٤  جـ) ٥  د) ٨

**٤** إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة م = Φ فإن المستقيم ل يكون ..........................

أ) محور تماثل  ب) خارج  جـ) قاطع  د) مماس

**٥** إذا كان المستقيم مماسا للدائرة التي قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها .................. سم

أ) ٣  ب) ٤  جـ) ٦  د) ٨

**٦** دائرة محيطها ٦ π سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم ل يكون

أ) مماس للدائرة  ب) قاطع للدائرة  جـ) خارج الدائرة  د) قطر في الدائرة

**٧** خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديا على .................... وينصفه

أ) القطر  ب) الوتر  جـ) الوتر المشترك  د) المماس

**٨** دائرتان م ، ن متماستان من الداخل ، أنصاف أقطارهم ٥ سم ، ٩ سم فإن م ن = ........... سم

أ) ١٤  ب) ٤  جـ) ٥  د) ٩

**٩** م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٢ سم فإن م ن ∈ ...........

أ) ] ٣ ، ٧ [  ب) [ ٣ ، ٧ [  جـ) ] ٣ ، ٧ ]  د) [ ٣ ، ٧ ]

**١٠** إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = { أ } وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الأخرى = ........... سم

أ) ٥  ب) ٦  جـ) ١١  د) ١٦

**١١** إذا كان الدائرتان م ، ن متماستان من الخارج وطول نصف قطر إحداهما ٥ سم ، م ن = ٩ سم فإن طول نصف قطر الأخرى = ........... سم

أ) ٤  ب) ٥  جـ) ٩  د) ١٤

**١٢** م دائرة طول قطرها ٧ سم ، أ نقطة في مستوى الدائرة وكان م أ = ٤ سم فإن أ تقع ...........

أ) داخل الدائرة  ب) خارج الدائرة  جـ) على الدائرة  د) على مركز الدائرة

**١٣** عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو .....................

أ) صفر　ب) ١　جـ) ٢　د) ٣

**١٤** لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .....................

أ) المثلث　ب) المربع　جـ) المعين　د) المستطيل

**١٥** يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .....................

أ) معين　ب) مستطيل　جـ) شبه منحرف　د) متوازى أضلاع

**١٦** مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع .....................

أ) متوسطات المثلث　ب) ارتفاعات المثلث　جـ) محاور تماثل أضلاعه　د) منصفات زواياه الداخلة

**١٧** مركز الدائرة الخارجة لأى مثلث هو نقطة تقاطع .....................

أ) متوسطات المثلث　ب) ارتفاعات المثلث　جـ) محاور تماثل أضلاعه　د) منصفات زواياه الداخلة

**١٨** قياس القوس الذى يمثل ثلث قياس الدائرة = .....................

أ) ٣٦٠　ب) ١٨٠　جـ) ١٢٠　د) ٩٠

**١٩** النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس = ............

أ) ١ : ٢　ب) ١ : ٣　جـ) ٢ : ١　د) ٣ : ١

**٢٠** طول نصف الدائرة التي طول نصف قطرها نق سم = ..................... سم

أ) ٢ π نق　ب) $\frac{١}{٤}$ π نق　جـ) $\frac{١}{٣}$ π نق　د) π نق

**٢١** قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = .....................

أ) ٤٥°　ب) ٩٠°　جـ) ١٢٠°　د) ١٨٠°

**٢٢** أ ب جـ د شكل رباعى دائرى فيه ق ( $\hat{أ}$ ) = ٦٠° فإن ق ( جـ ) = .....................

أ) ٦٠°　ب) ٣٠°　جـ) ٩٠°　د) ١٢٠°

**٢٣** إذا كان الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى وكان ق ( $\hat{أ}$ ) = $\frac{١}{٢}$ ق ( $\hat{جـ}$ ) فإن ق ( $\hat{أ}$ ) = .....................

أ) ٩٠°　ب) ٦٠°　جـ) ١٢٠°　د) ١٨٠°

**٢٤** عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج =.....................

أ) صفر　ب) ١　جـ) ٢　د) ٣

**٢٥** المماسان المرسومان من نهايتى قطر في دائرة يكونان .....................

أ) متوازيان　ب) منطبقان　جـ) متقاطعان　د) متساويان في الطول

**٢٦** الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين ......................

أ) وتران ب) مماسان جـ) وتر ومماس د) وتر و قطر

**٢٧** عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتان هو ......................

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

**٢٨** الزاوية المحيطية التي تقابل قوسا أصغر في الدائرة تكون ......................

أ) منعكسة ب) قائمة جـ) منفرجة د) حادة

**٢٩** الشكل الرباعى الدائرى في الأشكال التالية هو ......................

أ) المعين ب) المستطيل جـ) متوازى الأضلاع د) شبه المنحرف

**٣٠** إذا كانت أ نقطة تقع على الدائرة م التي قطرها ٦ سم فإن أ م = ...................... سم

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ د) ٦

**٣١** المماس لدائرة طول نصف قطرها ٥سم يكون على بعد ...................... سم من مركزها

أ) ٥ ب) ١٠ جـ) صفر د) ٣

**٣٢** دائرة طول أكبر وتر فيها = ١٢ سم فإن محيط الدائرة = ...................... سم

أ) ١٢ $\pi$ ب) ٦ $\pi$ جـ) ١٠ $\pi$ د) ٢٤ $\pi$

**٣٣** القطر هو ...................... يمر بمركز الدائرة

أ) وتر ب) مستقيم جـ) شعاع د) مماس

**٣٤** أكبر أوتار الدائرة طولا يسمى ......................

أ) وتر ب) قطر جـ) نصف قطر د) مماس

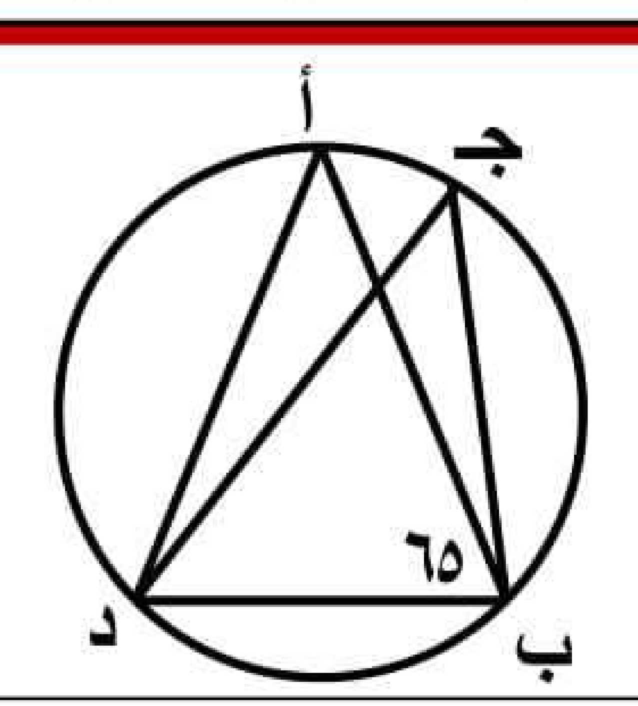
**٣٥** __في الشكل المقابل:__ د منتصف أ جـ ، م جـ ⊥ أ ب ، جـ د = ٣ سم

فإن مساحة سطح الدائرة م تساوى ............. $\pi$ سم$^2$

أ) ٣ ب) ٦ جـ) ٩ د) ٣٦

**٣٦** __في الشكل المقابل:__ أ ب = ٨ سم ، م ب = ٥ سم فإن م د = ............ سم

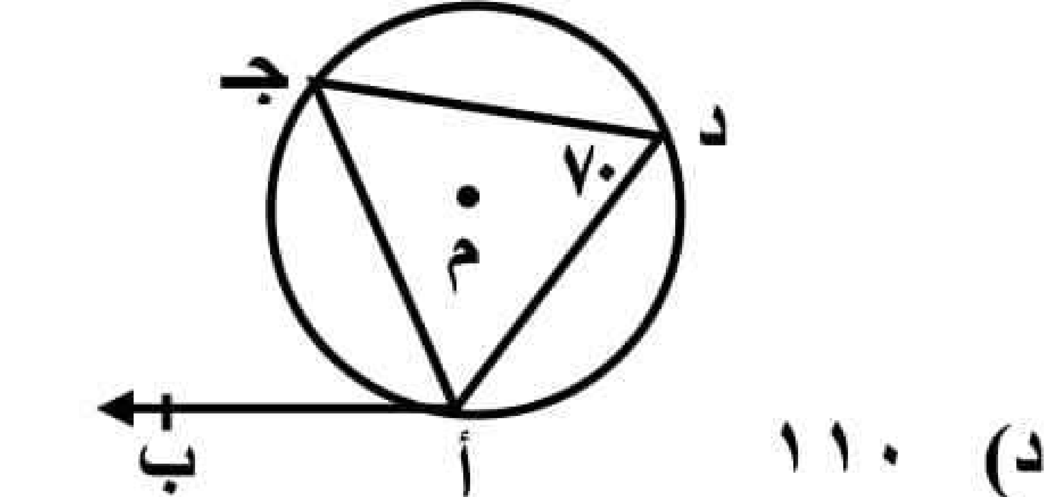
أ) ٥ ب) ٣ جـ) ٤ د) ٢



**٣٧** **في الشكل المقابل:** أ ب = أ د ، ق (أ $\hat{ب}$ د) = ٦٥

فإن ق ($\hat{جـ}$) = ............ °

أ) ١٥ ب) ٢٥ جـ) ٣٠ د) ٥٠



**٣٨** **في الشكل المقابل:** أ ب مماس للدائرة م عند ب

ق (جـ $\hat{د}$ أ) = ٧٠° فإن ق(جـ $\hat{أ}$ ب) = ............. °

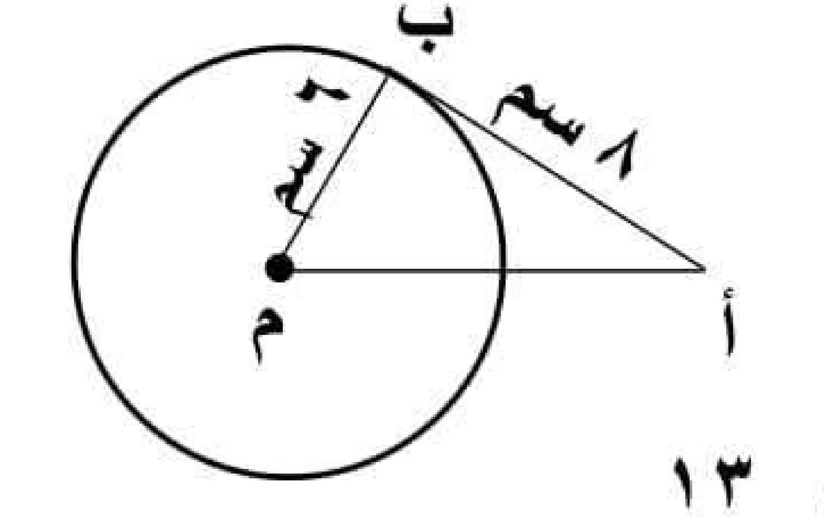
أ) ١٤٠ ب) ٣٥ جـ) ٧٠ د) ١١٠

**٣٩** **في الشكل المقابل :** م دائرة ، م جـ = ٤ سم

ق (جـ $\hat{م}$ ب) = ٦٠° فإن طول $\overset{\frown}{ب د}$ = ..................

أ) ٤ π ب) ٨ π جـ) $\frac{٨}{٣}$ π د) ١٦ π





**٤٠** **في الشكل المقابل :** $\overleftarrow{أ ب}$ مماس للدائرة م

م ب = ٦ سم ، أ ب = ٨ سم فإن أ م = ............ سم

أ) ٥ ب) ١٠ جـ) ١٢ د) ١٣

**٤١** **في الشكل المقابل :** دائرة مركزها م

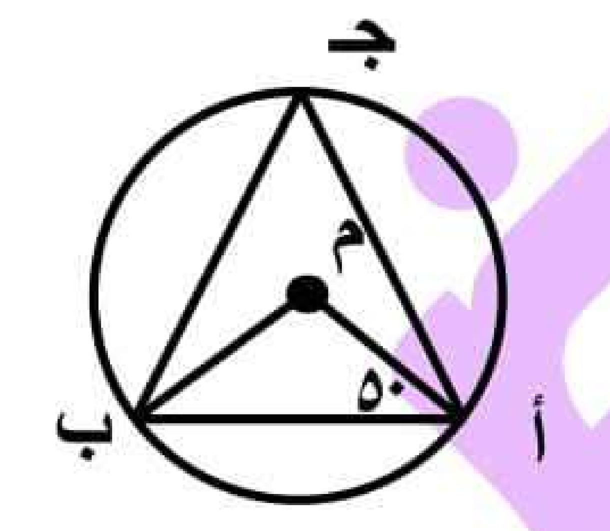
إذا كان ق $\overset{\frown}{(أ ب)}$ = ٥٠° فإن ق (أ $\hat{د}$ ب) = ...................



أ) ٢٥° ب) ٥٠° جـ) ١٠٠° د) ١٥٠°



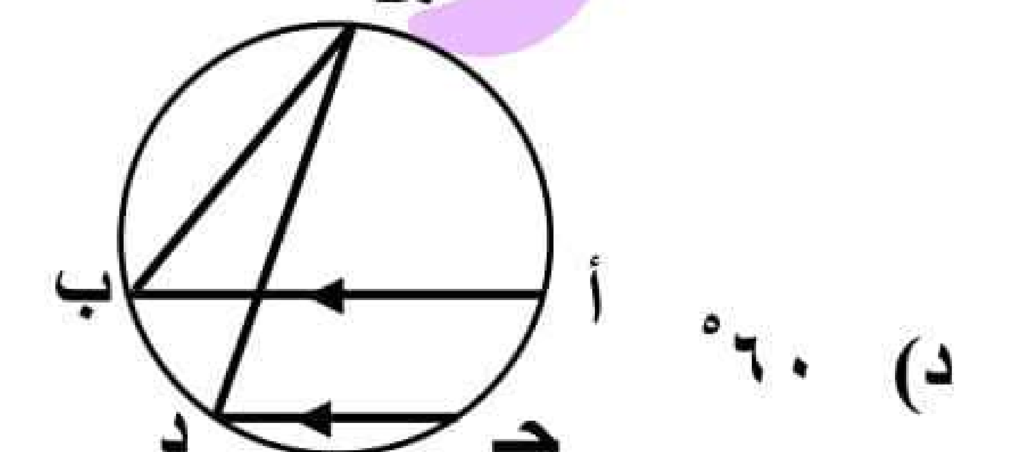




**٤٢** **في الشكل المقابل :** دائرة مركزها م

ق (م $\hat{أ}$ ب) = ٥٠° فإن ق ( $\hat{جـ}$ ) = ....................

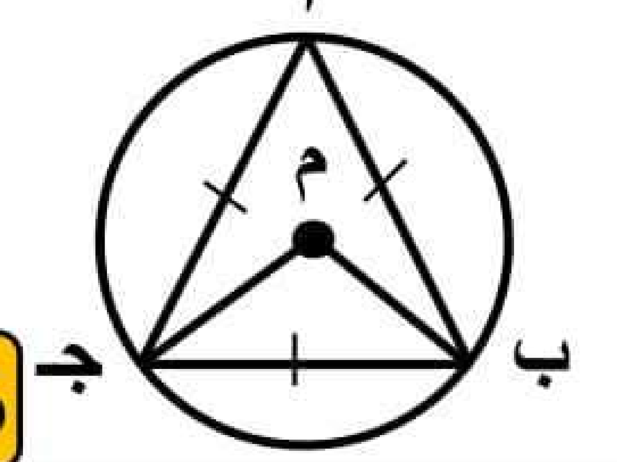
أ) ٥٠° ب) ٨٠° جـ) ٤٠° د) ٣٠°



**٤٣** **في الشكل المقابل :** $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$

ق $\overset{\frown}{(أ جـ)}$ = ٣٠° فإن ق ( ب $\hat{هـ}$ د) = ............

أ) ١٠° ب) ١٥° جـ) ٣٠° د) ٦٠°



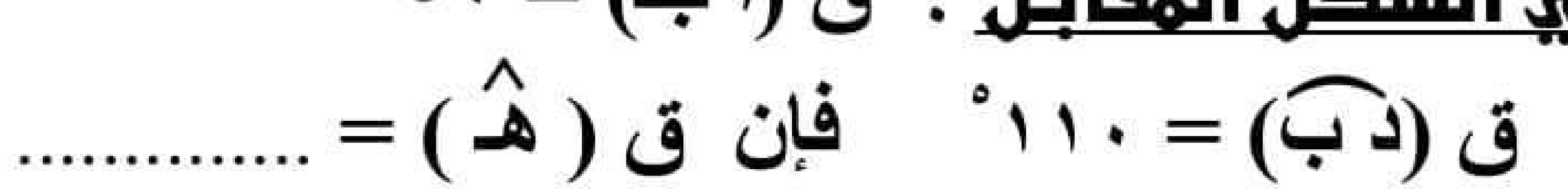
**٤٤** **في الشكل المقابل :** أ ب جـ Δ متساوى الأضلاع

فإن ق ( ب $\hat{م}$ جـ) = ............

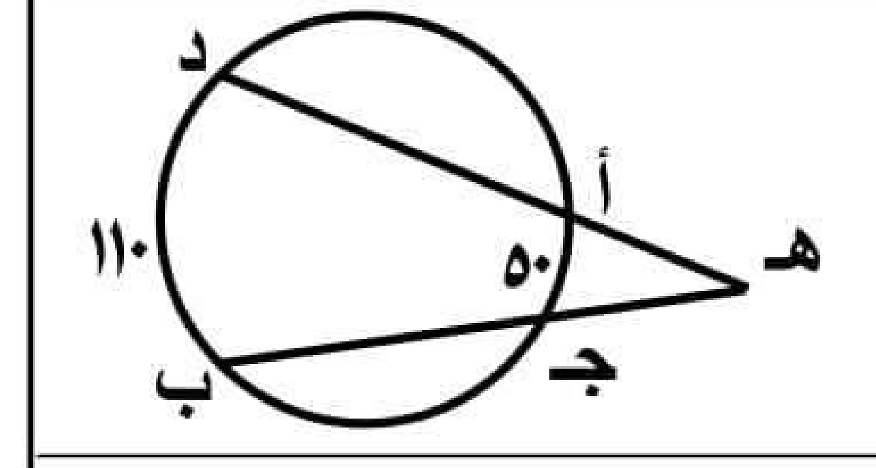


أ) ٥٠° ب) ٦٠° جـ) ١٢٠° د) ١٠٠°

**٤٥** **في الشكل المقابل** : ق (أ جـ⌒) = ٥٠°



ق (د ب⌒) = ١١٠° فإن ق ( هـ^ ) = ..............

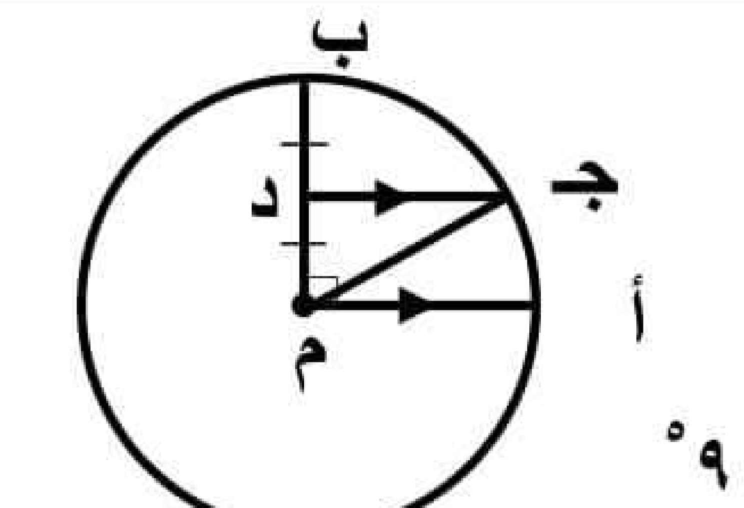



أ) ٦٠° ب) ٥٠° جـ) ٤٠° د) ٣٠°

**٤٦** **في الشكل المقابل** : أ م // جـ د ، م د = د ب



ق (أ م^ ب) = ٩٠° فإن ق (أ جـ⌒) = ..............




أ) ٤٥° ب) ٦٠° جـ) ٣٠° د) ٩٠°

**٤٧** **في الشكل المقابل** : ق ( أ^ ) = ١٢٠°

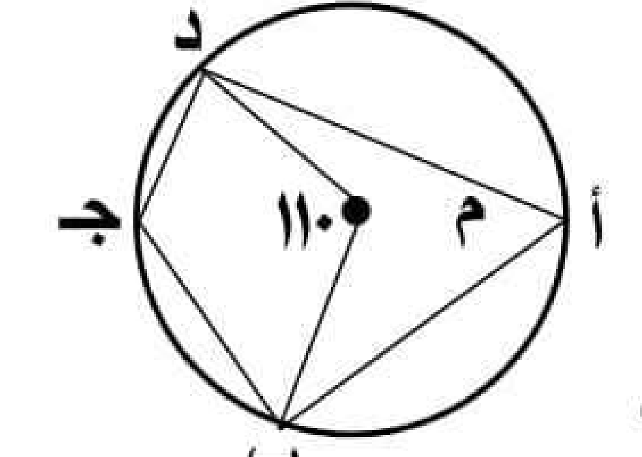
فإن ق ( جـ^ ) = ..............

أ) ٦٠° ب) ٩٠° جـ) ١٢٠° د) ١٨٠°

**٤٨** **في الشكل المقابل** : دائرة مركزها م

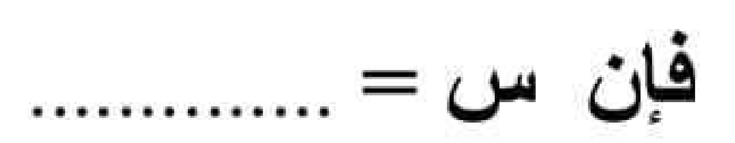


ق ( ب م^ د) = ١١٠° فإن ق ( جـ^ ) = ..............

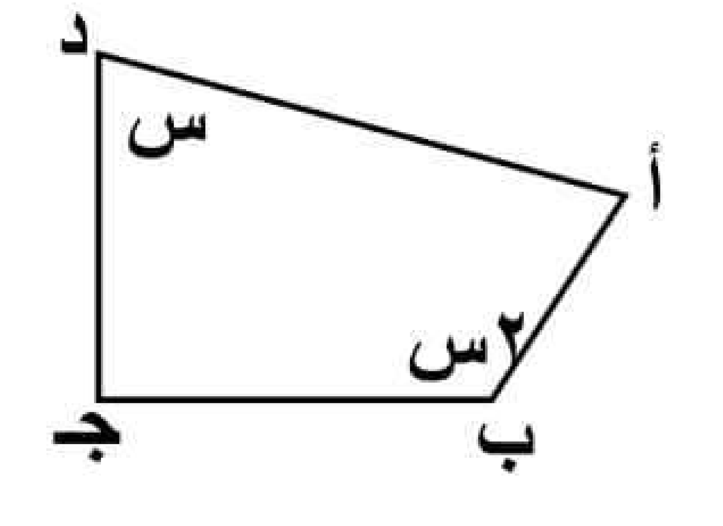



أ) ٧٠° ب) ١١٠° جـ) ١٢٥° د) ٥٥°

**٤٩** **في الشكل المقابل** : أ ب جـ د شكل رباعى دائرى



فإن س = ..............

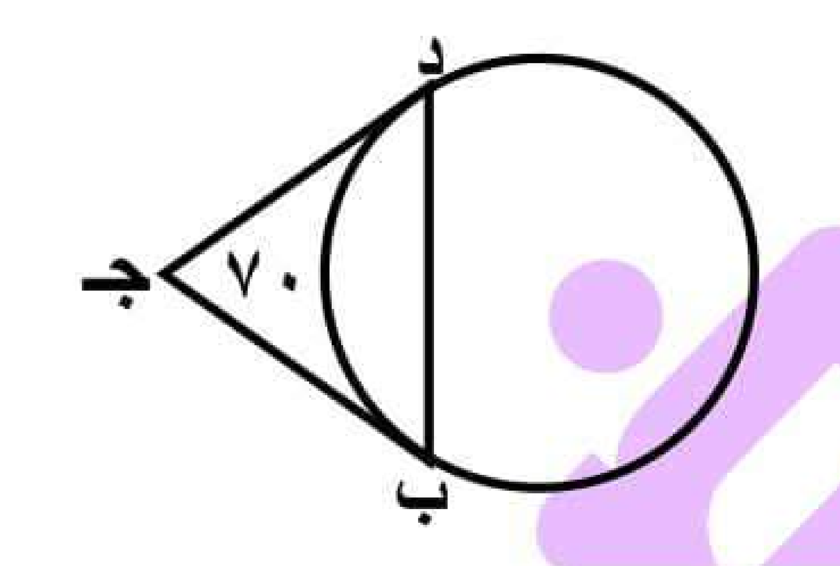



أ) ١٢٠ ب) ١٠٠ جـ) ٦٠ د) ٥٠

**٥٠** **في الشكل المقابل** : جـ ب ، جـ د قطعتان مماستان



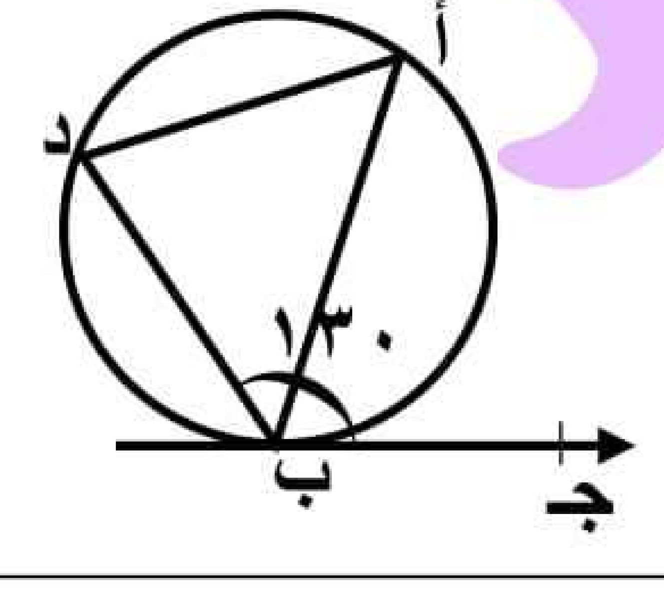
ق (جـ^) = ٧٠° فإن ق(د ب⌒) الأصغر = ..............°




أ) ٧٠ ب) ١١٠ جـ) ١٢٥ د) ٥٥

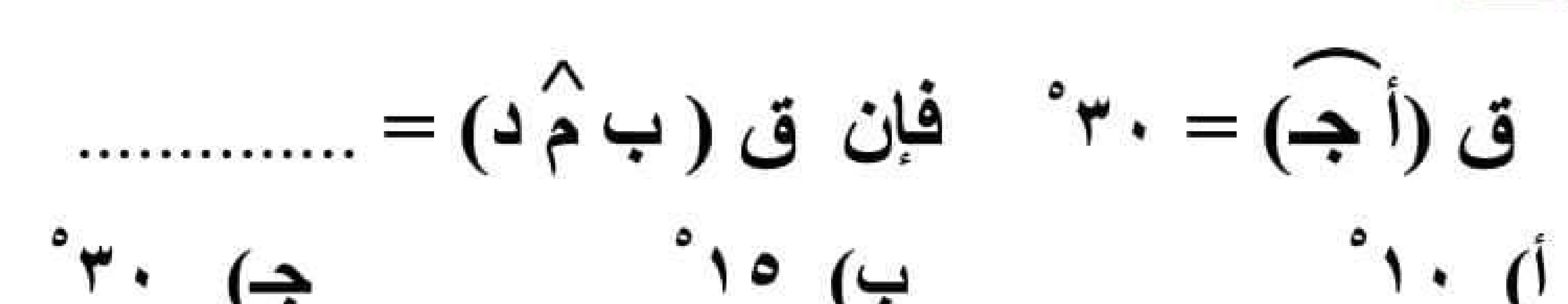
**٥١** **في الشكل المقابل** : ب جـ مماس للدائرة

ق (د ب^ جـ) = ١٣٠° فإن ق( أ^ ) = ..............°




أ) ٥٠ ب) ٦٥ جـ) ١٣٠ د) ١٨٠

**٥٢** **في الشكل المقابل** : أ ب // جـ د



ق (أ جـ⌒) = ٣٠° فإن ق ( ب م^ د) = ..............

أ) ١٠° ب) ١٥° جـ) ٣٠° د) ٦٠°

# تراكمى هندسة

1. مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم = .................. سم$^{٢}$
2. مجموع طولى أي ضلعين في المثلث .................. طول الضلع الثالث
3. في المثلث أ ب جـ إذا كان (أ جـ)$^{٢}$ = (أ ب)$^{٢}$ + (ب جـ)$^{٢}$ فإن زاوية ب تكون ..................
4. في المثلث أ ب جـ إذا كان (أ جـ)$^{٢}$ > (أ ب)$^{٢}$ + (ب جـ)$^{٢}$ فإن زاوية ب تكون ..................
5. في المثلث أ ب جـ إذا كان (أ جـ)$^{٢}$ > (أ ب)$^{٢}$ + (ب جـ)$^{٢}$ فإن زاوية ب تكون ..................
6. قياس زاوية الشكل السداسى المنتظم = ..................
7. عدد محاور تماثل المربع = ...... ، عدد محاور تماثل المستطيل = ..................
8. ميل المستقيم الذى معادلته ٣ س − ٤ ص + ١٢ = ٠ هو ..................
9. ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ..................
10. عدد محاور تماثل نصف الدائرة .................. عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين
11. القطران المتساويان في الطول وغير متعامدان في ..................
12. مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته = .................. سم$^{٢}$
13. إذا كان أ ب قطر فى دائرة م حيث أ ( ٣ ، -٥ ) ، ب ( ٥ ، ١ ) فإن مركز الدائرة م هو ..................
14. دائرة محيطها ٨ π فإن طول قطرها = ..................
15. في المثلث القائم طول المتوسط الخارج من الزاوية القائمة يساوى ..................
16. في المثلث القائم طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ يساوى ..................
17. عدد المستطيلات في الشكل المقابل ..................

| | | |
|---|---|---|
| | | |

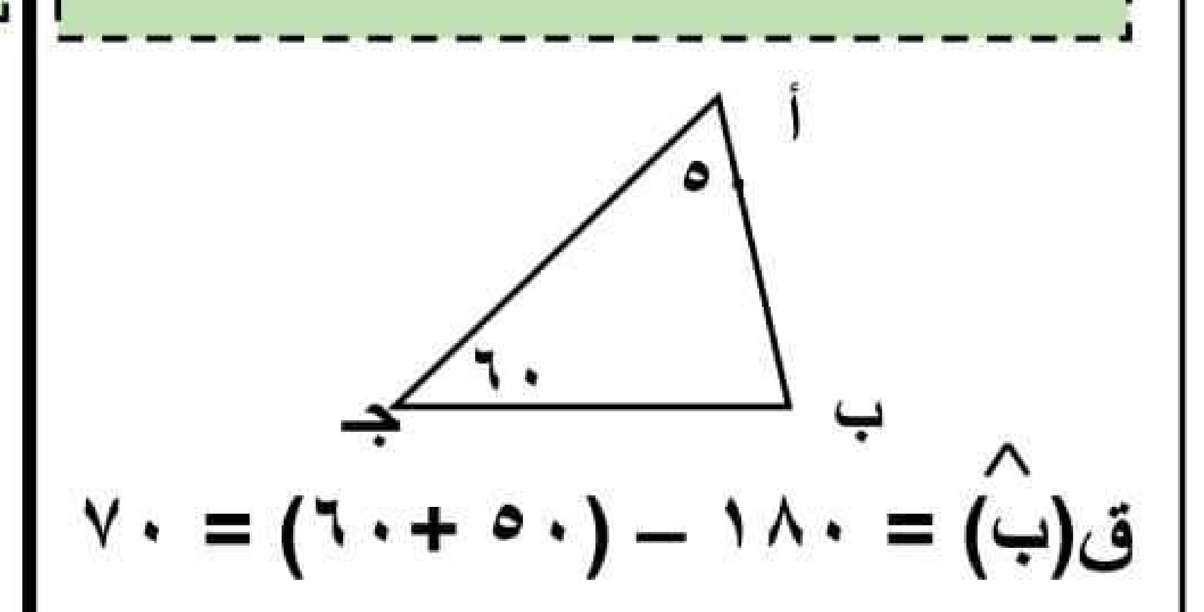
18. إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن القطعة المستقيمة ........... المستقيم
19. مربع طول قطره ٦ سم فإن مساحته = .............. سم$^{٢}$
20. الأعداد ٥ ، ٤ ، ............ تصلح أطوال أضلاع مثلث ( ٨ ، ١٠ ، ٩ ، ١٢ )
21. إذا كان قياس إحدى زاويتى القاعدة في مثلث متساوى الساقين ٣٠° فإن قياس زاوية الرأس = .........°
22. قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = .............°

٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

# أساسيات تراكمية

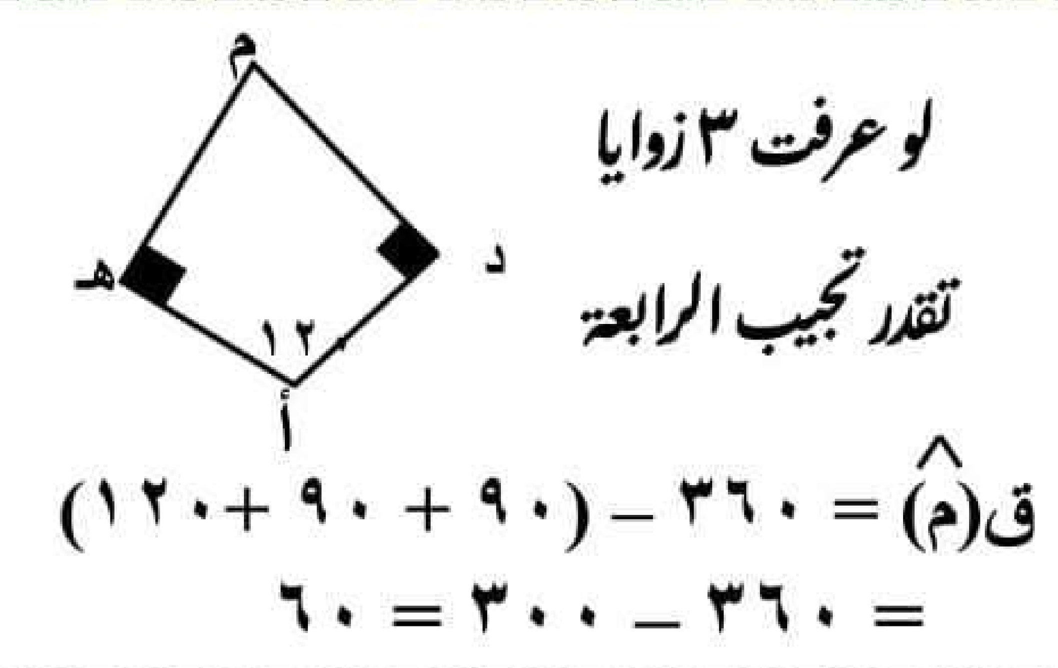
إعداد أ/ محمود عوض

### مجموع قياسات زوايا Δ = ١٨٠




ق(ب̂) = ١٨٠ – (٥٠ + ٦٠) = ٧٠

### مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠




ق(م̂) = ٣٦٠ – (٩٠ + ٩٠ + ١٢٠)
= ٣٦٠ – ٣٠٠ = ٦٠

### في المثلث المتساوى الساقين زاويتا القاعدة متساويتان

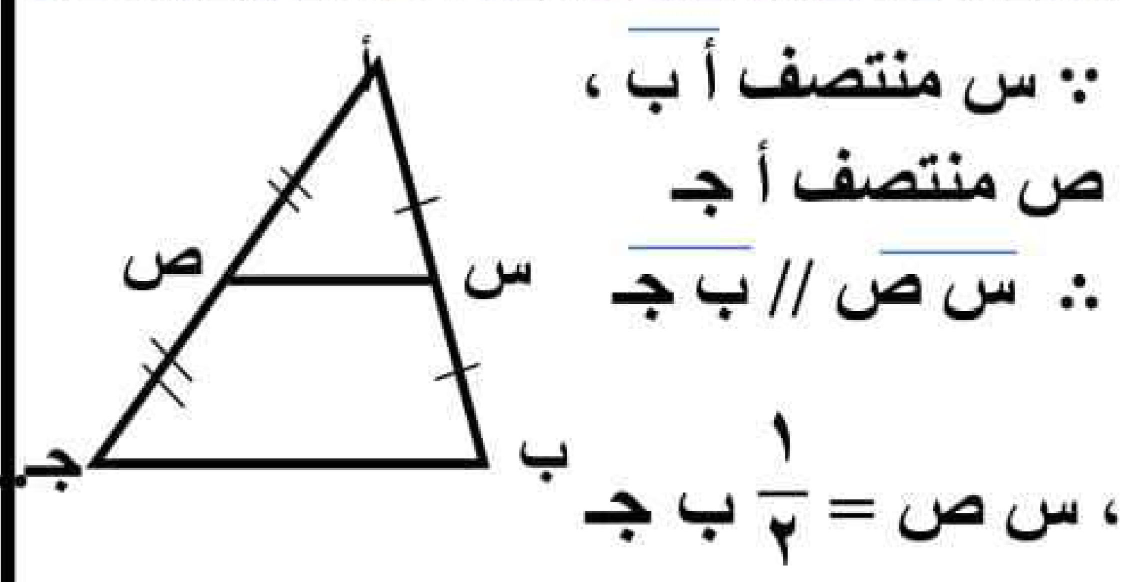
∵ م أ = م ب

∴ ق(أ̂) = ق(ب̂)

∴ ق(ب̂) = ٦٥

، ق(م̂) = ١٨٠ – ١٣٠ = ٥٠

### القطعة الواصلة بين منتصفى ضلعين توازى الضلع الثالث

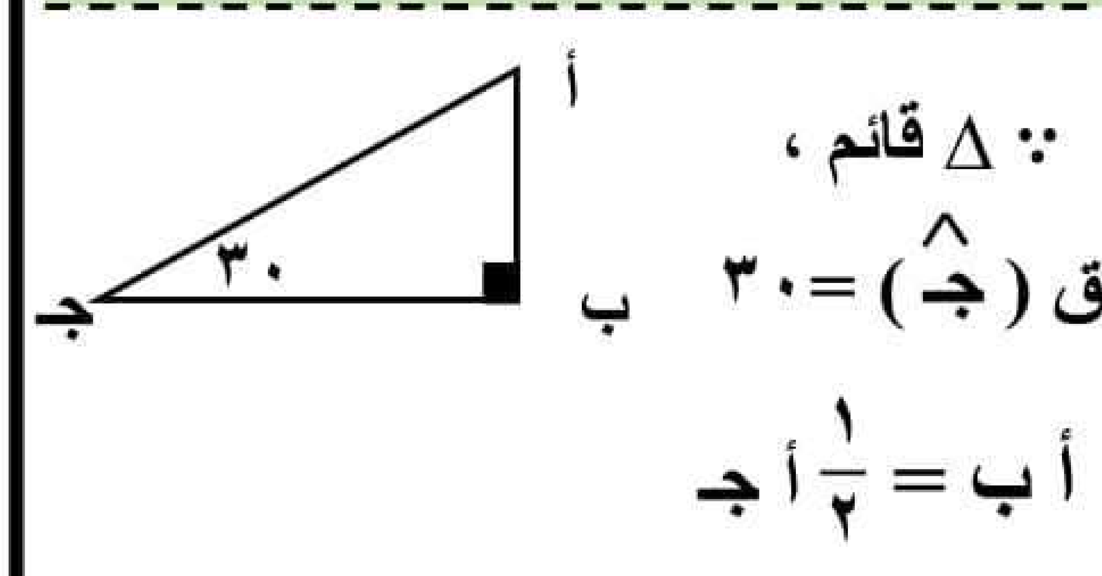



∵ س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ

∴ س ص // ب جـ

، س ص = ½ ب جـ

### طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ = نصف طول الوتر

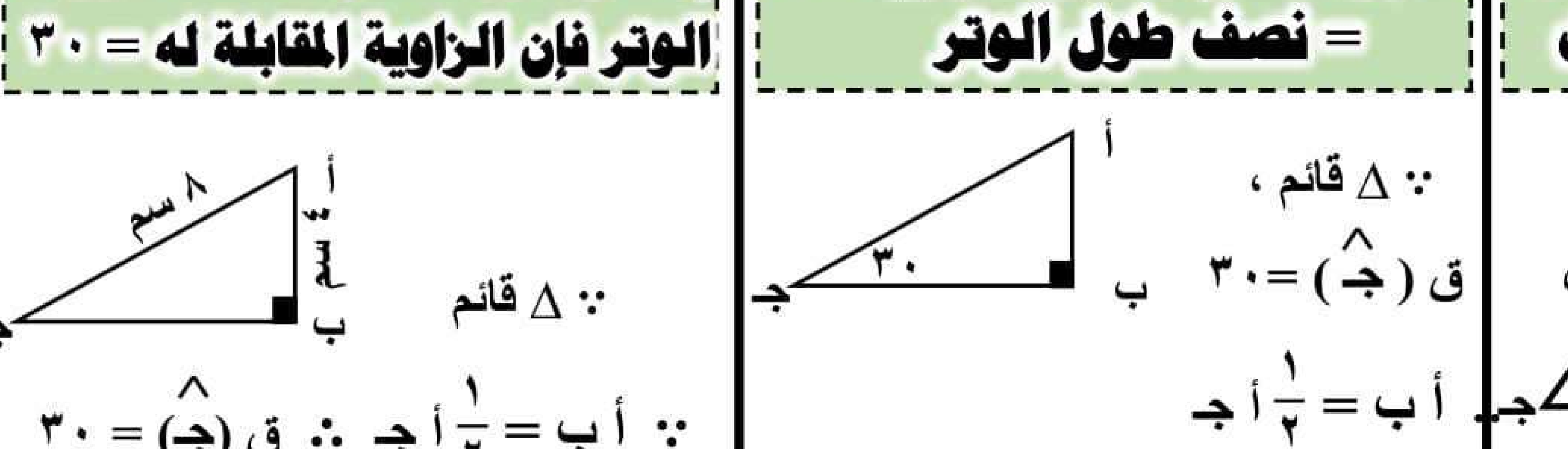



∵ Δ قائم ،

ق(جـ̂) = ٣٠

أ ب = ½ أ جـ

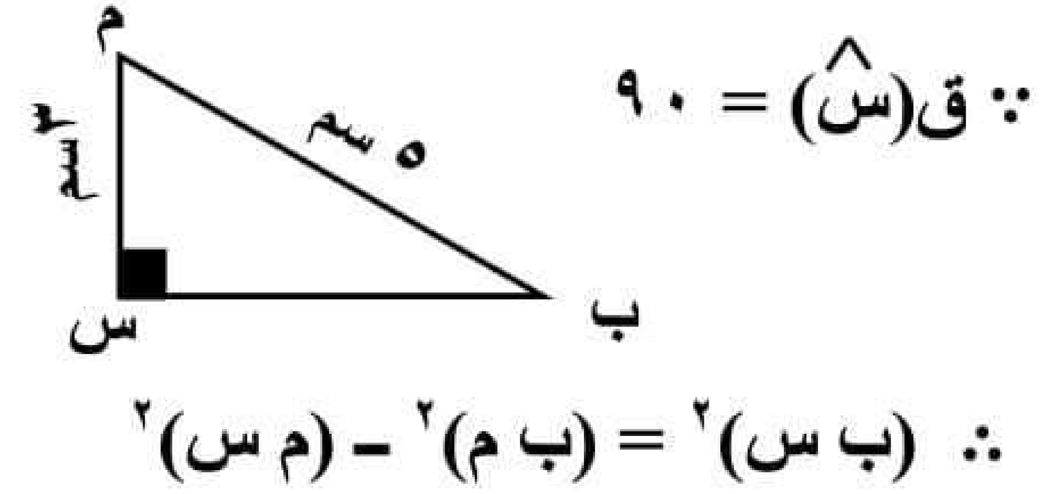
### إذا كان طول الضلع = نصف طول الوتر فإن الزاوية المقابلة له = ٣٠




∵ Δ قائم

∵ أ ب = ½ أ جـ ∴ ق(جـ̂) = ٣٠

### نظرية فيثاغورث




∵ ق(س̂) = ٩٠

∴ (ب س)$^2$ = (ب م)$^2$ – (م س)$^2$

= ٢٥ – ٩ = ١٦ ∴ ب س = ٤سم

### نظرية إقليدس

∵ Δ م أ ب قائم ،

ب د ⊥ الوتر أ جـ

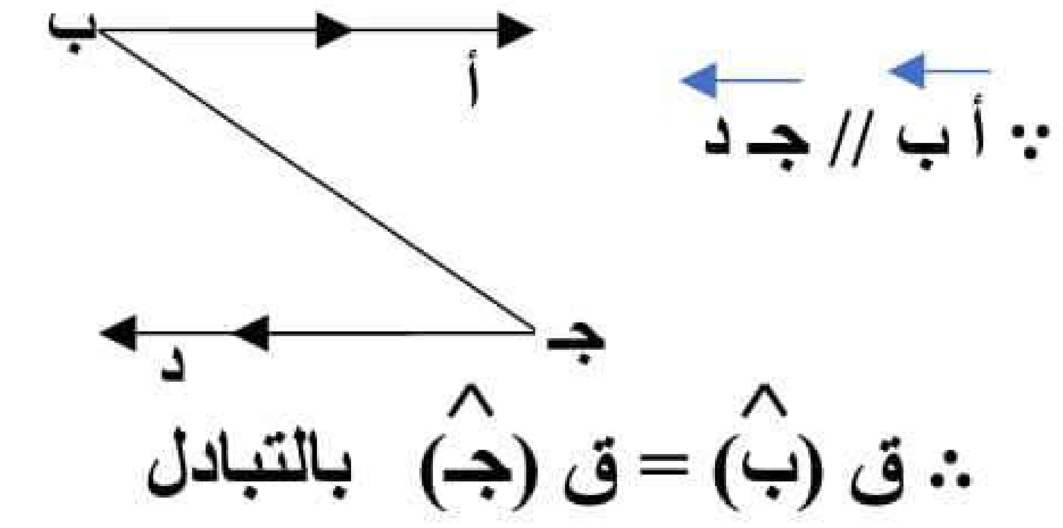
ب د = (أ ب × ب جـ) / أ جـ

### قياس الزاوية الخارجة عن المثلث = مجموع الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة

ق(أ ب̂ هـ) الخارجة = ق(أ̂) + ق(جـ̂)

ق(جـ̂) = ق(أ ب̂ هـ) – ق(أ̂)

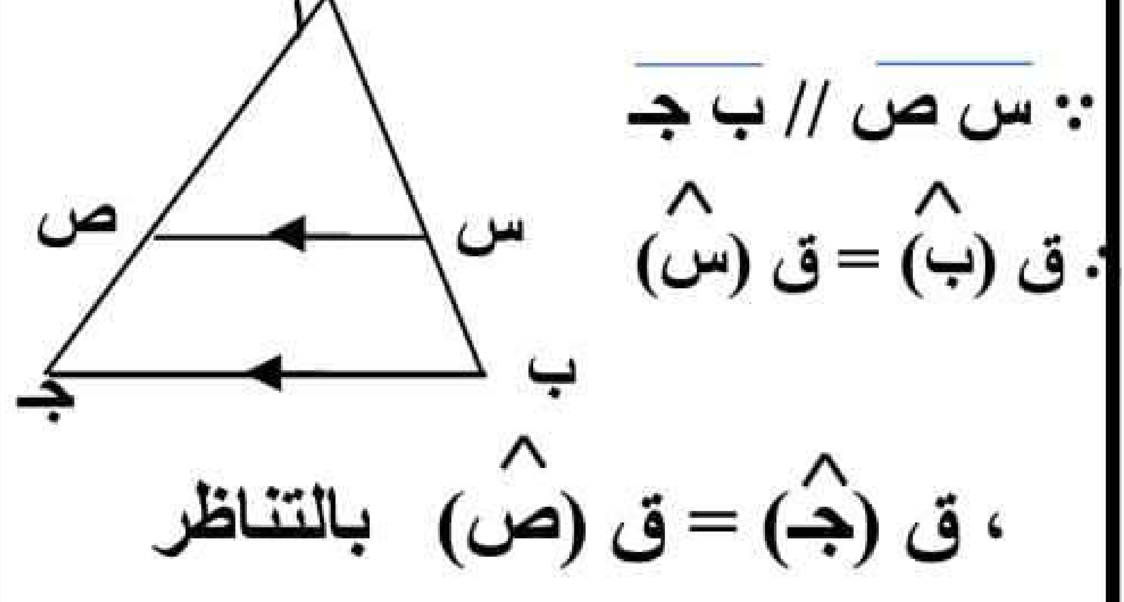
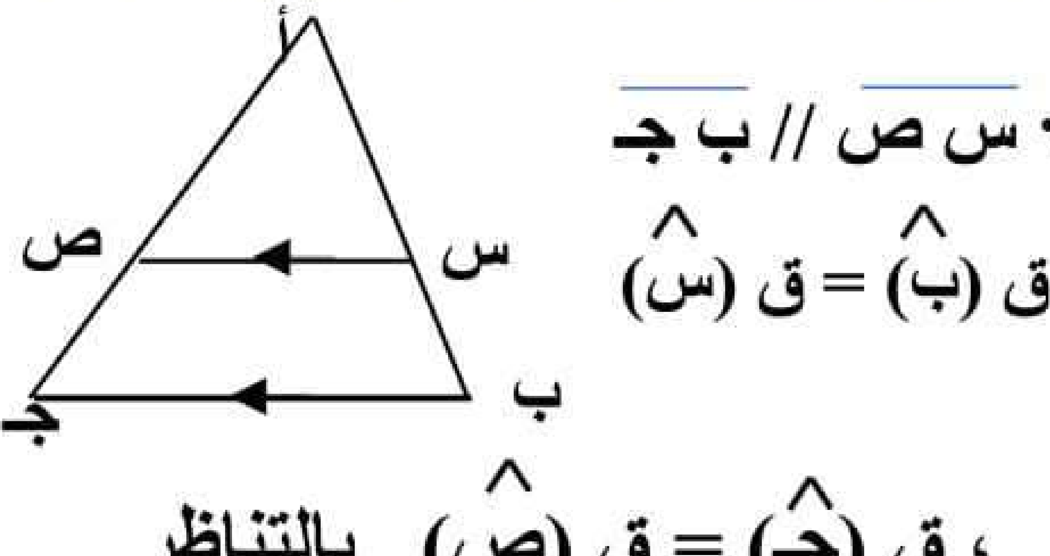
### إذا وجد توازى حرف Z فإن الزاويتان المتبادلتان متساويتان




∵ أ ب // جـ د

∴ ق(ب̂) = ق(جـ̂) بالتبادل

### إذا وجد توازى حرف F فإن الزاويتان المتناظرتان متساويتان


∵ س ص // ب جـ

∴ ق(ب̂) = ق(س̂)

، ق(جـ̂) = ق(ص̂) بالتناظر

### إذا وجد توازى حرف U فإن الزاويتان المتداخلتان متكاملتان

∵ أ ب // جـ د

∴ ق(ب̂) + ق(جـ̂) = ١٨٠

### لإثبات التوازى نبحث عن إحدى الحالات الآتية:

- زاويتان متبادلتان متساويتان
- زاويتان متناظرتان متساويتان
- زاويتان متداخلتان متكاملتان

### حالات تطابق مثلثين

- ضلعان والزاوية المحصورة بينهما
- زاويتان والضلع المرسوم بينهما
- وتر وضلع (في المثلث القائم)

### المثلث المتساوى الأضلاع

أضلاعه متساوية في الطول

زواياه متساوية في القياس

٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

# نموذج امتحان رقم ١

إعداد أ/ محمود عوض



## السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

1) الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ..................

أ) حادة ب) منفرجة جـ) مستقيمة د) قائمة

2) المماس لدائرة طول قطرها ٨ سم يكون على بعد ......... سم من مركزها

أ) ٤ ب) ٣ جـ) ٨ د) ٦

3) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين = ..........

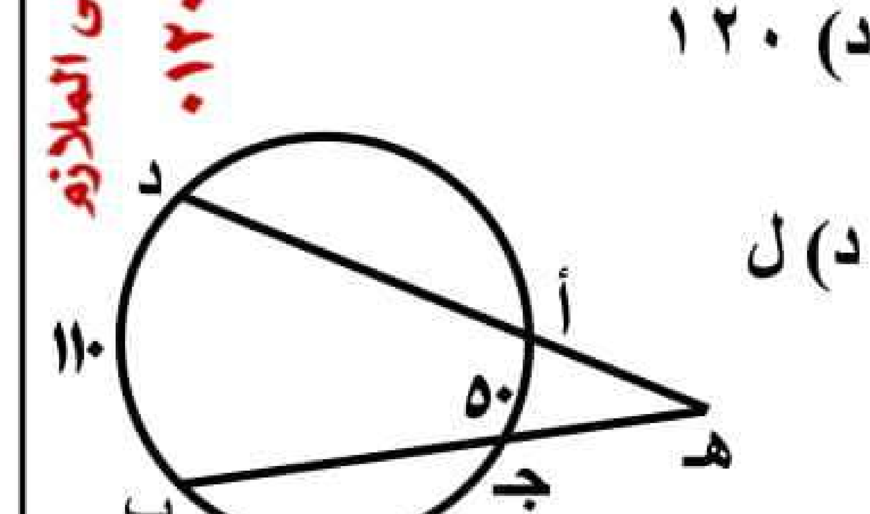
أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

4) إذا كان أ ب جـ د شكل رباعى دائرى وكان ق (ب) = $\frac{1}{2}$ ق ( د ) فإن ق (ب) = ............

أ) ٣٠ ب) ٦٠ جـ) ٩٠ د) ١٢٠

5) إذا كان الشكل أ ب جـ د ~ الشكل س ص ع ل فإن ق (ب) = ق ( ........)

أ) س ب) ص جـ) ع د) ل




6) في الشكل المقابل: ق (أ⌒جـ) = ٥٠ ، ق (ب⌒د) = ١١٠ فإن ق ( هـ^ ) = ......

أ) ٦٠ ب) ٥٠ جـ) ٤٠ د) ٣٠

## السؤال الثانى

أ) في الشكل المقابل:

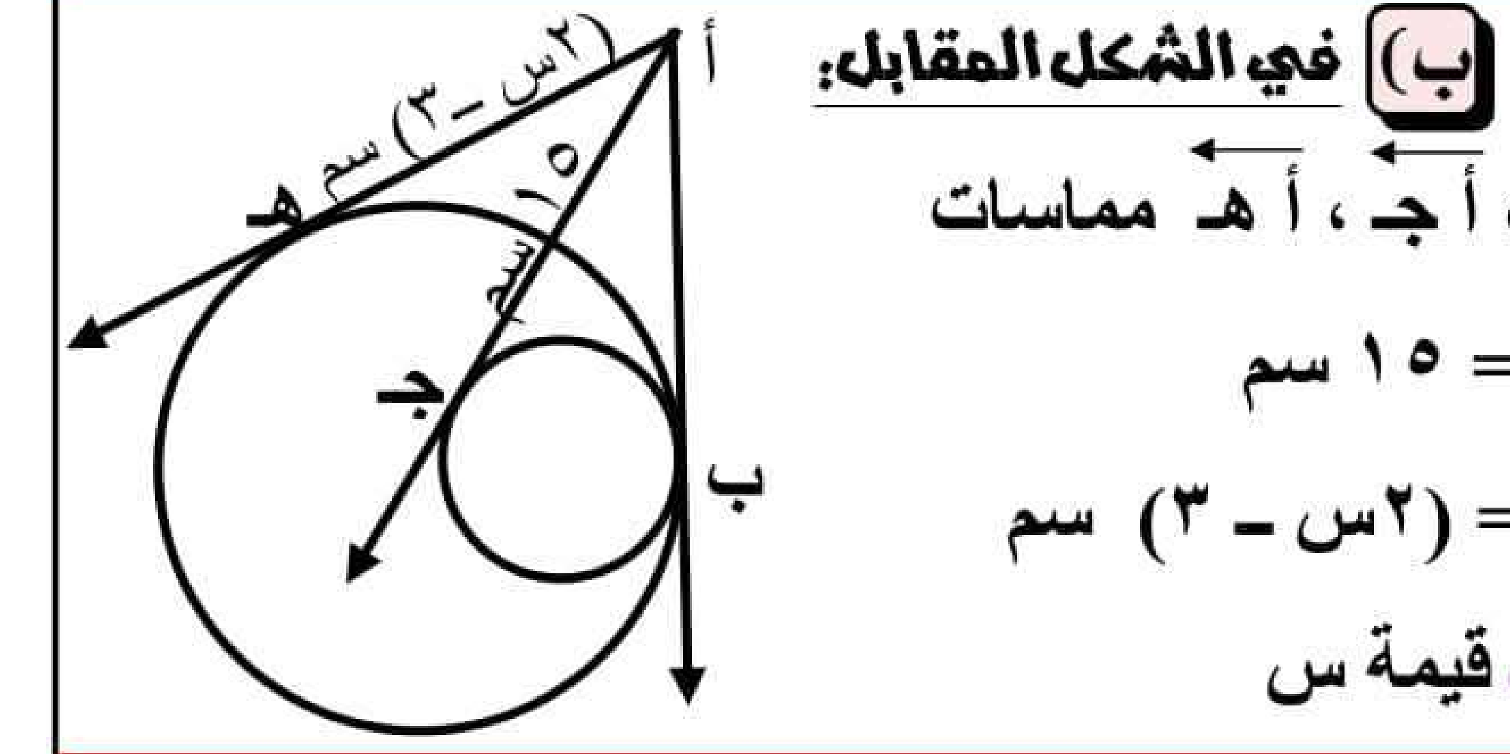
أ ب ، أ جـ وتران متساويان فى الطول

س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ

، ق ( جـ أ^ ب) = ٧٠°

١) أوجد ق (د م^ هـ)

٢) اثبت أن س د = ص هـ




ب) في الشكل المقابل:

أ ب ، أ جـ ، أ هـ مماسات

أ جـ = ١٥ سم

أ هـ = (٢س ـ ٣) سم

أوجد قيمة س

## السؤال الثالث

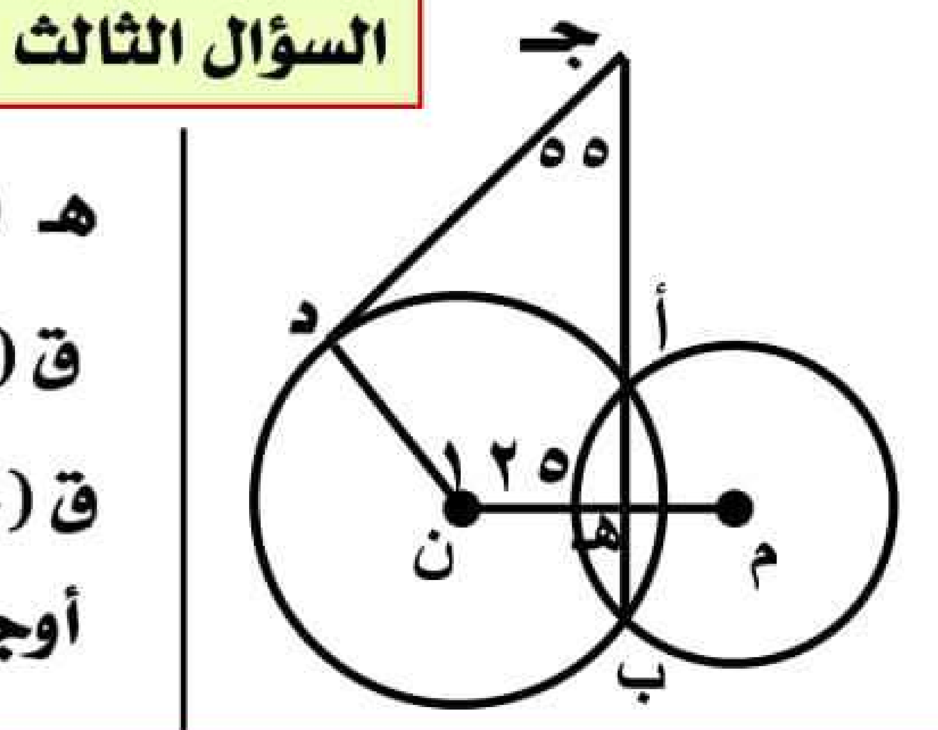
أ) في الشكل المقابل:

م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

ق (م ن^ د) = ١٢٥°

ق (ب جـ^ د) = ٥٥°

اثبت أن جـ د مماس




ب) في الشكل المقابل:

هـ ∈ أ ب ،

ق ( أ⌒ب ) = ١١٠°

ق (جـ ب^ هـ) = ٨٥°

أوجد: ق (ب د^ جـ)

## السؤال الرابع

أ) في الشكل المقابل:

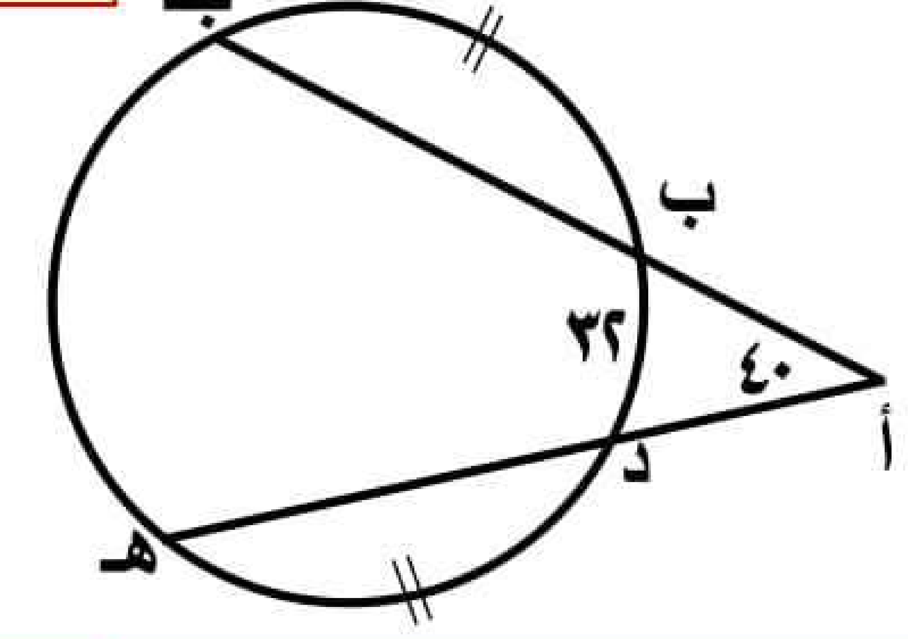
ق ( أ^ ) = ٤٠°

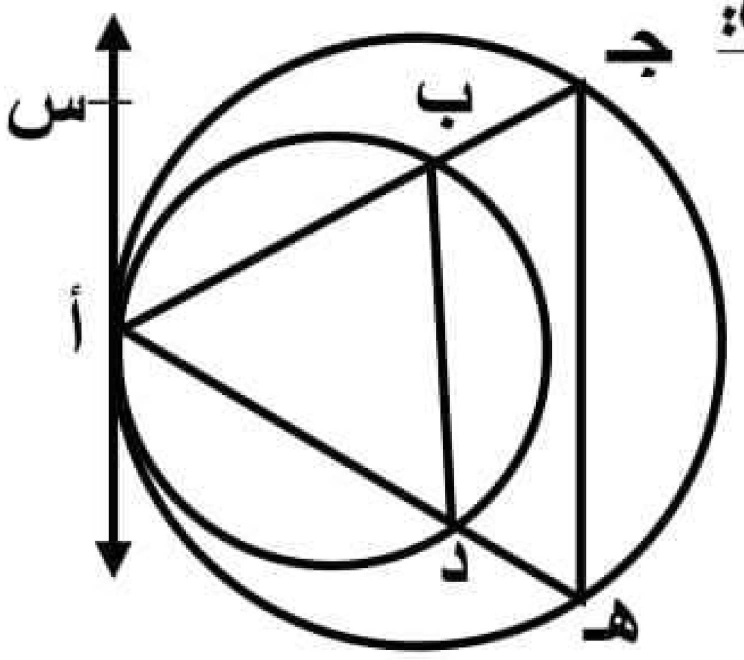
، ق (ب⌒د) = ٣٢°

ق (ب⌒جـ) = ق (د⌒هـ)

أوجد : ١) ق (جـ⌒هـ)

٢) ق (ب⌒جـ)




ب) في الشكل المقابل:

أ س مماس مشترك

لدائرتين متماستين

اثبت أن : ب د // جـ هـ

## السؤال الخامس

أ) في الشكل المقابل:

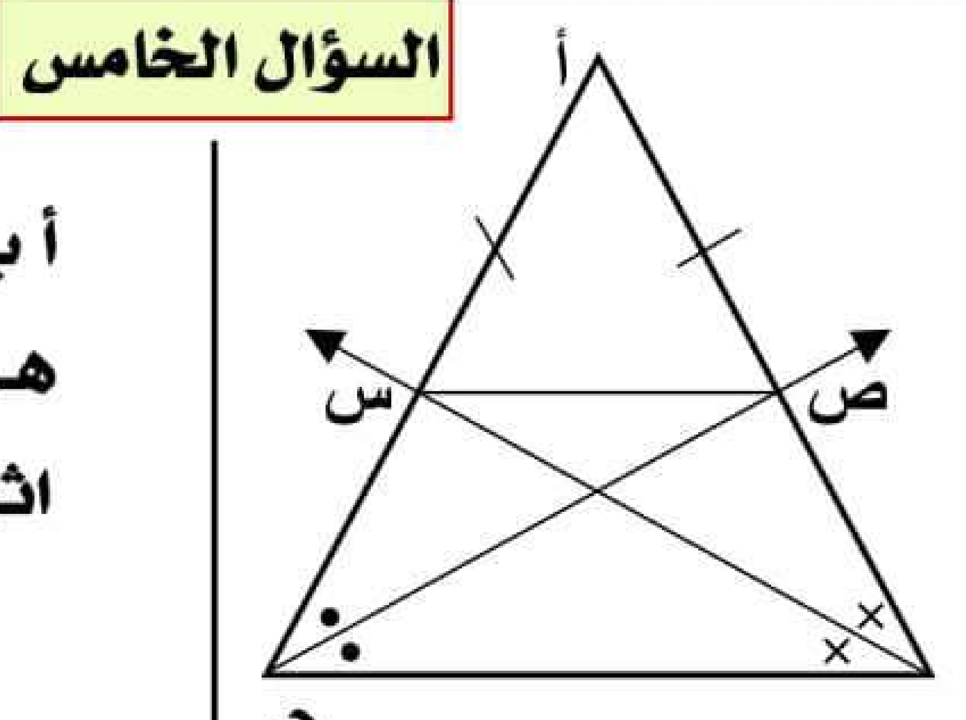
أ ب = أ جـ ، ب س ينصف ب

، جـ ص ينصف جـ^

اثبت أن:

١- ب جـ س ص رباعى دائرى

٢- ص س // ب جـ




ب) في الشكل المقابل:

أ ب = أ جـ

هـ ∈ ب⌒جـ

اثبت أن :

ق (أ هـ^ ب) = ق (أ هـ^ جـ)

إعداد أ/ محمود عوض

# نموذج امتحان رقم ٢

٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

السادة المعلمين الراغبين في كتابة بياناتهم على الملازم عليهم بالتواصل على واتساب رقم ٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

## ◆ السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

1) عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة ..................

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ٣

2) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الأخرى = ..........

أ) ٥ ب) ٦ جـ) ١١ د) ١٢

3) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتا المركز = ..........

أ) صفر ب) ٢ جـ) ١ د) ٣

4) في الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين ............

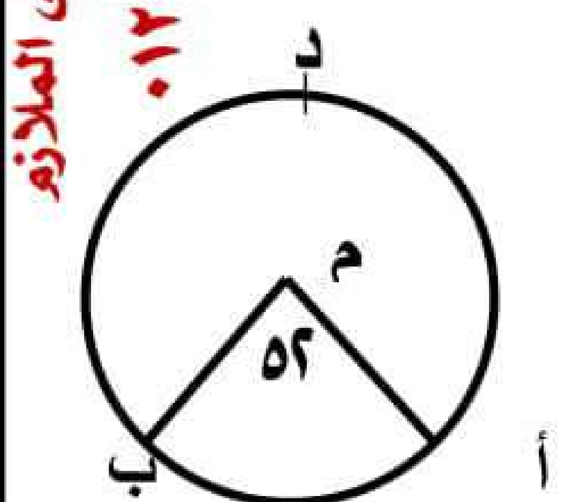
أ) متساويتان ب) متكاملتان جـ) متبادلتان د) متتامتان

5) م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٢ سم فإن م ن ∋ ............

أ) ]٣ ، ٧[ ب) ]٣ ، ٧] جـ) [٣ ، ٧[ د) [٣ ، ٧]

6) في الشكل المقابل: ق ( أ م̂ ب) = ٥٢° فإن ق (⌒أ د ب) = ..........

أ) ٥٢ ب) ١٠٤ جـ) ١٢٨ د) ٣٠٨



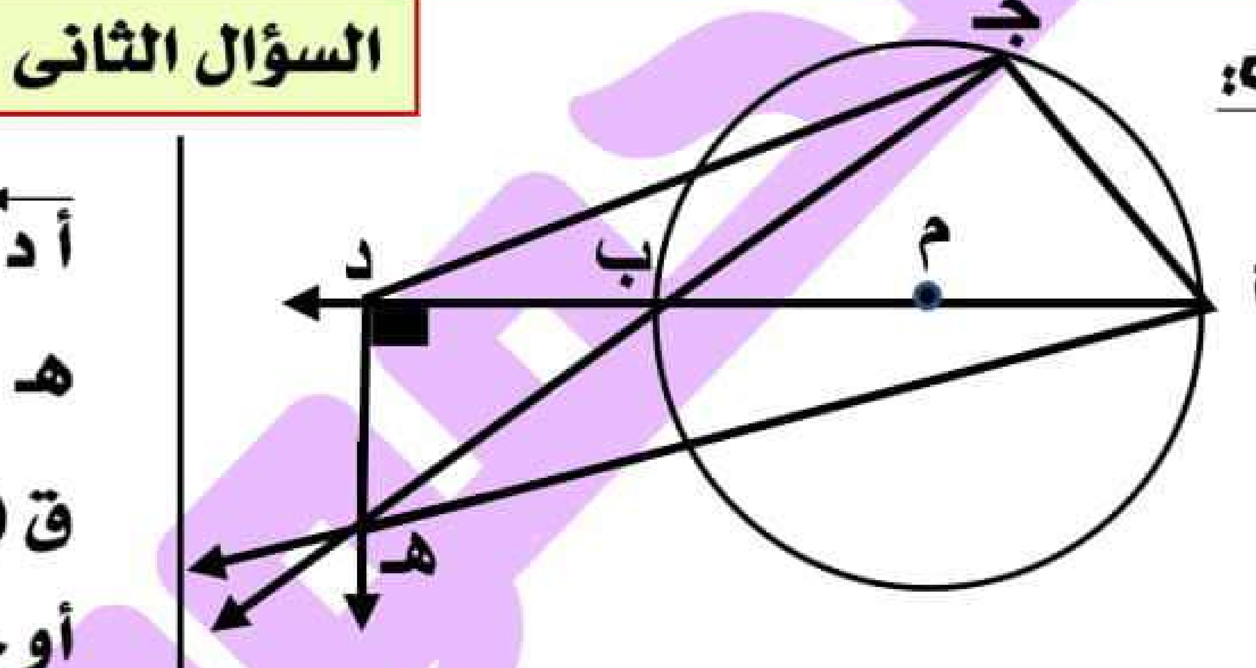

## السؤال الثاني

(أ) في الشكل المقابل:

أ ب قطر فى الدائرة ، د هـ ⊥ أ ب

اثبت أن :

أ جـ د هـ رباعى دائرى



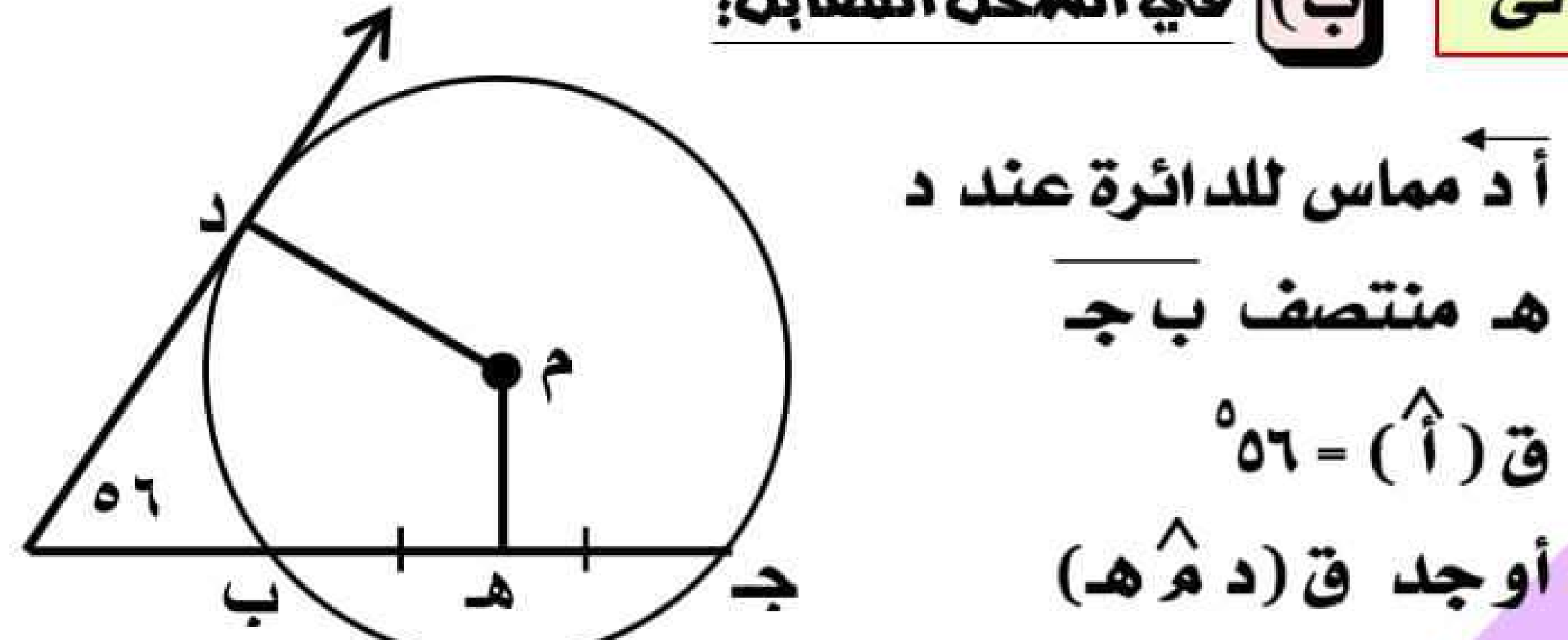

(ب) في الشكل المقابل:

أ د مماس للدائرة عند د

هـ منتصف ب جـ

ق (أ̂) = ٥٦°

أوجد ق (د م̂ هـ)




## السؤال الثالث

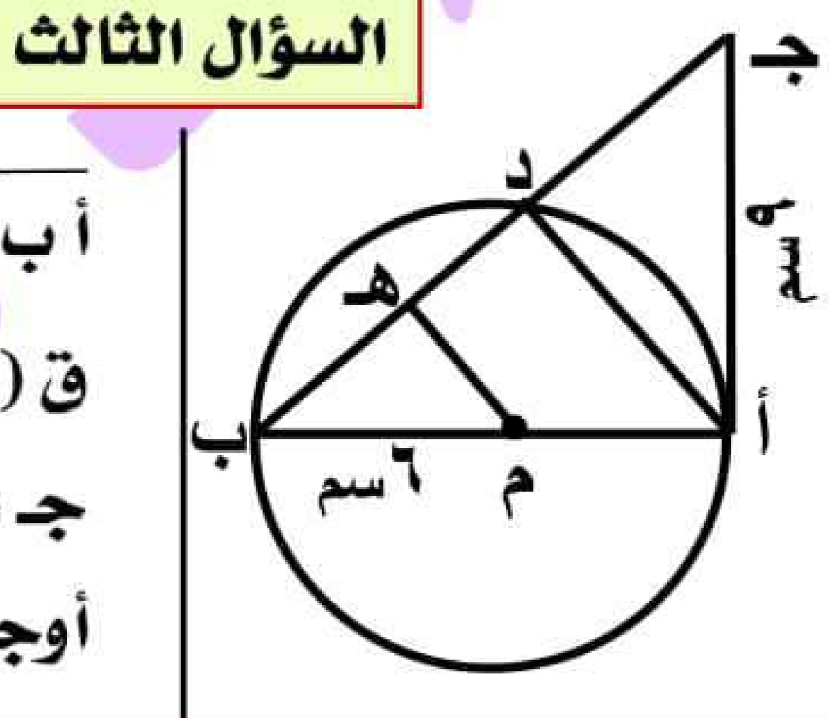
(أ) في الشكل المقابل:

أ ب قطر في الدائرة م ،

أ جـ مماس لها عند أ

فإذا كان أ جـ = ٩ سم ، ب م = ٦ سم

أوجد طول كل من ب جـ ، أ د



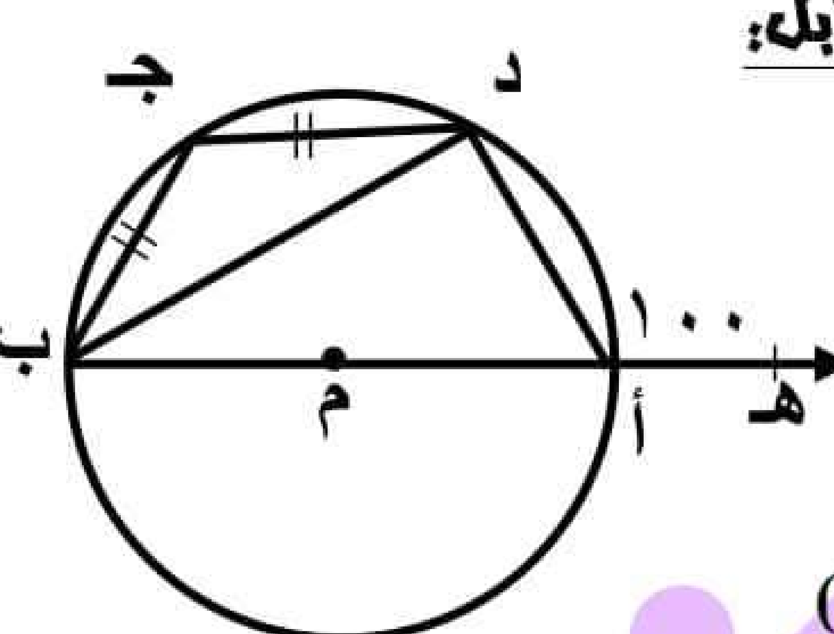

(ب) في الشكل المقابل:

أ ب قطر في الدائرة م

ق (د أ̂ هـ) = ١٠٠°

جـ د = جـ ب

أوجد بالخطوات : ق (أ د̂ جـ)




## السؤال الرابع

(أ) أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{1}{6}$ الدائرة .

ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٧ سم .

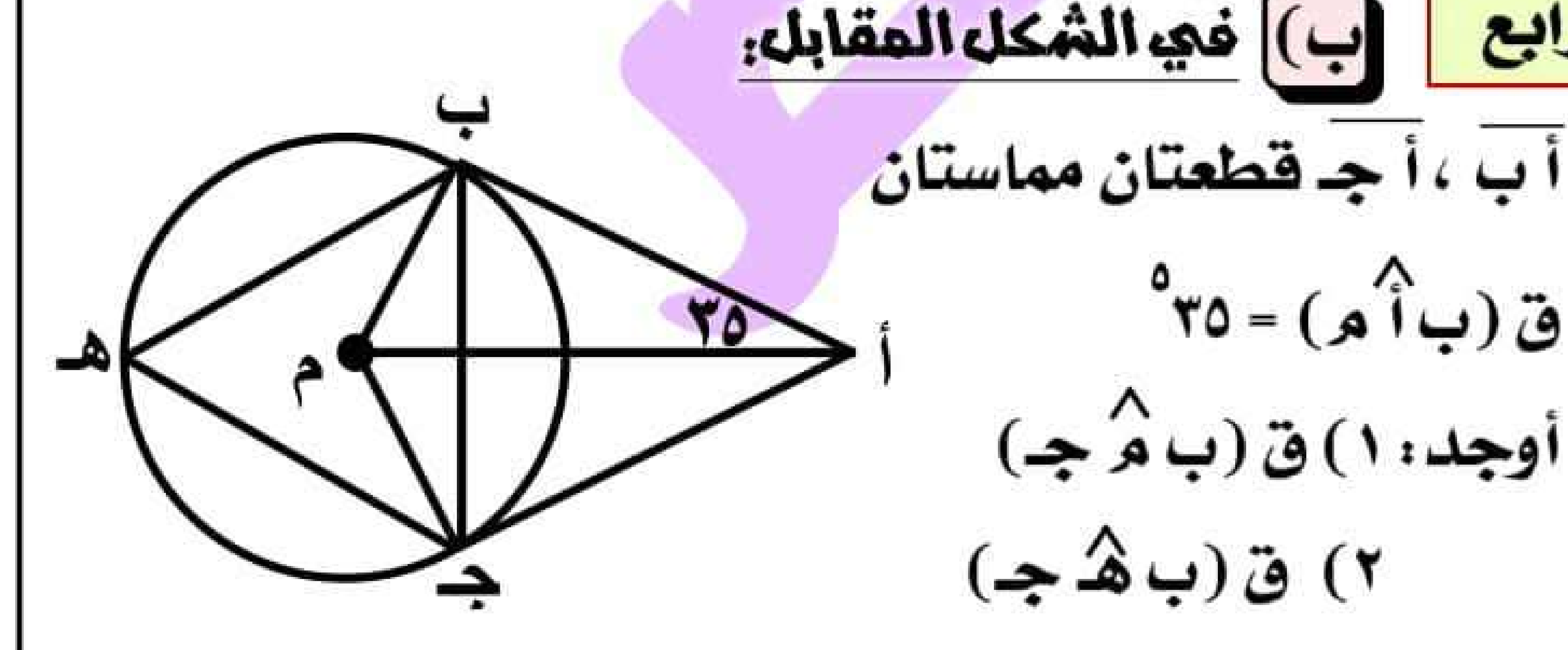
(ب) في الشكل المقابل:

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

ق (ب أ̂ م) = ٣٥°

أوجد: ١) ق (ب م̂ جـ)

٢) ق (ب هـ̂ جـ)



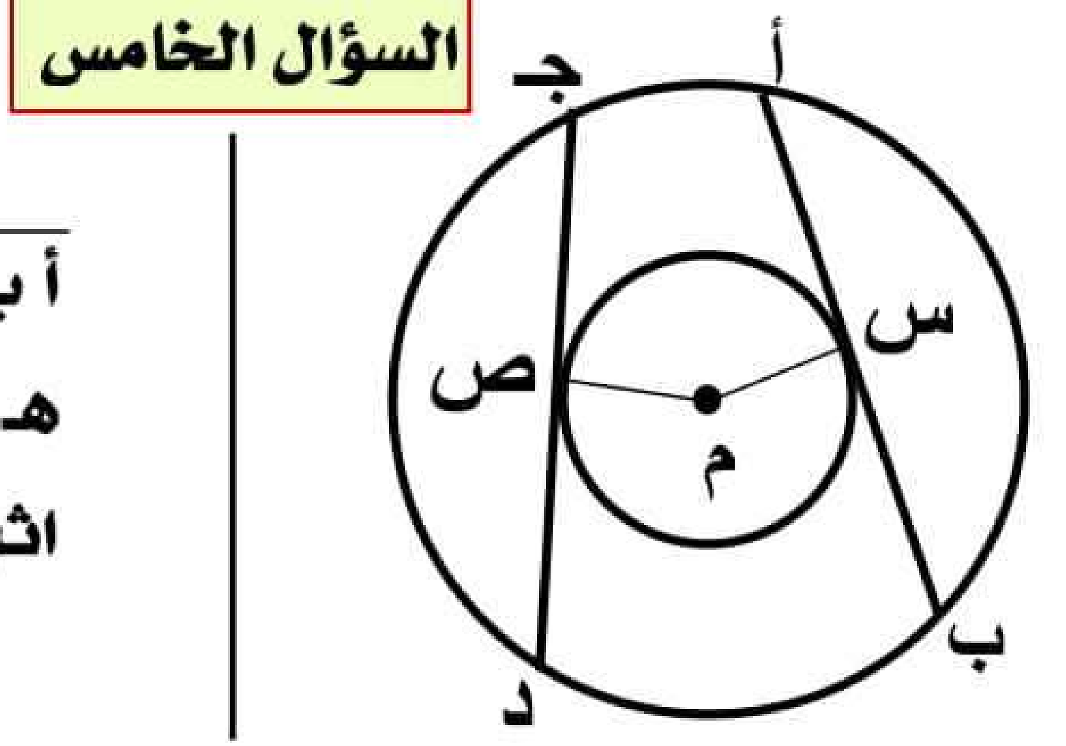

## السؤال الخامس

(أ) في الشكل المقابل:

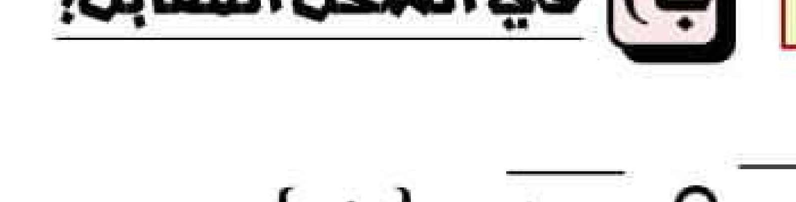
دائرتان متحدتا المركز م

أ ب ، جـ د مماسان للصغرى

اثبت أن : أ ب = جـ د



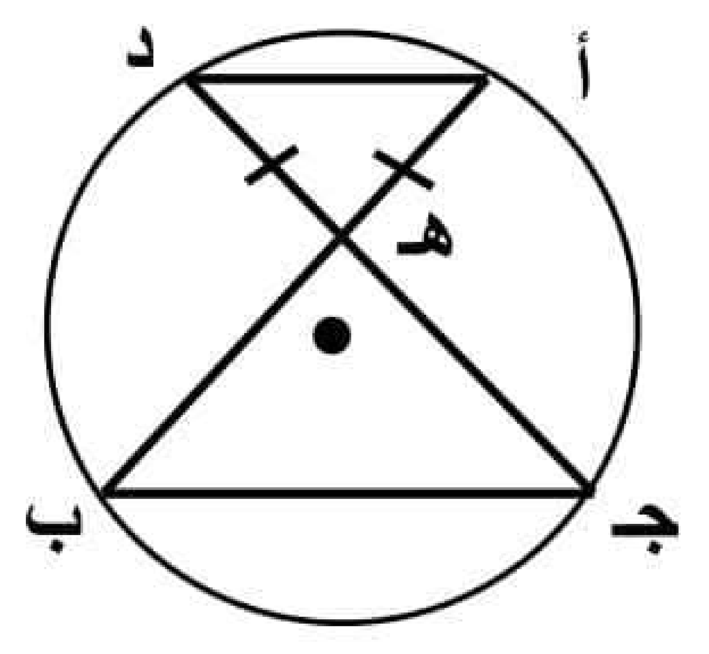

(ب) في الشكل المقابل:



أ ب ∩ جـ د = { هـ }

هـ أ = هـ د

اثبت أن : هـ ب = هـ جـ



**أولًا** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

## الوحدة الأولى

١ مساحة نصف الدائرة تساوي ..........

(أ) $\pi$ نق$^2$ (ب) $\frac{1}{2}\pi$ نق$^2$ (جـ) ٢ $\pi$ نق (د) $\pi$ نق

٢ دائرة مساحتها ٩ $\pi$ سم$^2$ ، فإن طول نصف قطرها يساوي .......... «القليوبية 2017»

(أ) ٩ سم (ب) ٢ سم (جـ) ٣ سم (د) ٥ سم

٣ دائرة طول نصف قطرها (٢ س) سم ، و المستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (س + ١) سم حيث س > صفر فإن المستقيم ل يكون .......... «الدقهلية 2018»

(أ) خارج الدائرة (ب) مماسًا للدائرة (جـ) قاطعًا للدائرة (د) محور تماثل للدائرة

٤ إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ الدائرة م = {أ ، ب} ، فإن : $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ سطح الدائرة م = .......... «الشرقية 2017»

(أ) {أ ، ب} (ب) $\overrightarrow{أب}$ (جـ) $\overline{أب}$ (د) $\overleftrightarrow{أب}$

٥ إذا كان $\overline{م أ}$ ، $\overline{م ب}$ نصفي قطرين متعامدين في دائرة م و كانت مساحة المثلث م أ ب = ٨ سم$^2$ ، فإن طول نصف قطر الدائرة يساوي ..........

(أ) ٨ سم (ب) ١٦ سم (جـ) ٤ سم (د) ٢ سم

٦ إذا كان طول قطر دائرة = ٨ سم و المستقيم ل يبعد عن مركزها ٤ سم فإن المستقيم ل يكون .......... «بورسعيد 2018، الغربية 2017»

(أ) خارج الدائرة (ب) مماسًا للدائرة (جـ) قاطعًا للدائرة (د) محور تماثل للدائرة

٧ م ، ن دائرتان طولا نصفي قطريهما ٤ سم ، ٩ سم ، م ن = ٥ سم فإن الدائرتين م ، ن تكونان .......... «الدقهلية 2017»

(أ) متقاطعتين (ب) متماستين من الخارج (جـ) متباعدتين (د) متماستين من الداخل

٨ دائرة نصف قطرها ٥ سم فإن محيطها يساوي .......... «الاسماعيلية 2017»

(أ) ٥ $\pi$ سم (ب) ٧ $\pi$ سم (جـ) ١٠ $\pi$ سم (د) ٢٥ $\pi$ سم

٩ يمكن رسم دائرة تمر برءوس .......... «المنيا 2019، الشرقية 2019»

(أ) مستطيل (ب) معين (جـ) شبه المنحرف القائم (د) متوازي أضلاع

١٠ م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طولا نصفي قطريهما ٣ سم ، ٥ سم فإن م ن = .......... «بني سويف 2017»

(أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (جـ) ٥ سم (د) ٨ سم

١١ لا يمكن رسم دائرة تمر برءوس .......... «بني سويف 2017»

(أ) مثلث (ب) معين (جـ) مربع (د) مستطيل

١٢ إذا كان المستقيم ل مماسًا للدائرة م التي طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها .......... «سوهاج 2019 ، القليوبية 2018»

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٥ سم (د) ٦ سم

١٣ الوتر المار بمركز الدائرة يسمى .................. «اسيوط 2017»

(أ) قطرًا (ب) نصف قطر (جـ) مماسًا (د) قاطعًا

١٤ أكبر الأوتار طولاً فى الدائرة يسمى .................. «جنوب سيناء 2017»

(أ) قطرًا (ب) نصف قطر (جـ) مماسًا (د) قاطعًا

١٥ القطعة المستقيمة التي طرفيها نقطتين على الدائرة تسمى ..................

(أ) قطرًا (ب) نصف قطر (جـ) مماسًا (د) وترًا

١٦ م ، ن دائرتان متماستان من الداخل و طول نصف قطر إحداهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم

فـإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى = .................. «الجيزة 2017 ، الغربية 2016»

(أ) ٥ سم (ب) ٦ سم (جـ) ١١ سم (د) ١٢ سم

١٧ م ، ن دائرتان متقاطعتين و طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٢ سم ، فإن : م ن ∈ .................. «القليوبية 2019 ، المنوفية 2018»

(أ) [ ٣ ، ٧ ] (ب) ] ٣ ، ٧ [ (جـ) ] ٣ ، ٧ ] (د) [ ٣ ، ٧ [

١٨ م ، ن دائرتان متماستان و طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٨ سم ، فإن : م ن ∈ .................. «الدقهلية 2016»

(أ) [ ٣ ، ١٣ ] (ب) ] ٣ ، ١٣ [ (جـ) ] ٣ ، ١٣ [ (د) { ٣ ، ١٣ }

١٩ دائرة محيطها ٦ $\pi$ سم و المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم فـإن المستقيم ل يكون .................. «البحر الأحمر 2017»

(أ) مماسًا للدائرة (ب) قاطعًا للدائرة (جـ) خارج الدائرة (د) محور تماثل للدائرة

٢٠ إذا كان طول قطر دائرة ٨ سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٤ سم ، فإن المستقيم ل .................. «الفيوم 2019»

(أ) مماسًا للدائرة (ب) قاطعًا للدائرة (جـ) خارج الدائرة (د) محور تماثل للدائرة

٢١ إذا كان المستقيم ل خارج الدائرة التى مركزها نقطة الأصل م (٠ ، ٠) و طول نصف قطرها ٣ سم و كان المستقيم ل

يبعد عن مركزها مسافة س سم فإن س ∈ .................. «الغربية 2016»

(أ) [ ٣ ، ∞ [ (ب) ] ٣ ، ∞ [ (جـ) [ ٦ ، ∞ [ (د) ] − ∞ ، ٦ ]

٢٢ إذا كان المستقيم ل يبعد عن مركز الدائرة م مسافـة س حيث س ∈ ] ٠ ، نق [ ، فـإن المستقيم ل ..................

(أ) يمس الدائرة (ب) يقطع الدائرة (جـ) يقع خارج الدائرة (د) يمر بمركز الدائرة

٢٣ دائرة محيطها ١٨ $\pi$ سم ، فـإن طول نصف قطرها = .................. «اسيوط 2019»

(أ) ٧ سم (ب) ٩ سم (جـ) ٣ سم (د) ٦ سم

٢٤ إذا كانت الدائرة م ∩ الدائرة ن = { أ ، ب } ، فـإن الدائرتين م ، ن تكونان .................. «الاسماعيلية 2018 ، السويس 2016»

(أ) متباعدتان (ب) متحدتي المركز (جـ) متداخلتان (د) تقاطعتان

٢٥ م ، ن دائرتان متماستان من الخارج و طول نصف قطر إحداهما ٤ سم ، م ن = ٦ سم

فـإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى = .................. «شمال سيناء 2017»

(أ) ٦ سم (ب) ١٠ سم (جـ) ٢ سم (د) ٤ سم

٢٦ محور التماثل للوتر المشترك $\overline{أب}$ لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو .................. «بني سويف 2019»

(أ) $\overleftrightarrow{م أ}$ (ب) $\overleftrightarrow{م ب}$ (جـ) $\overleftrightarrow{م ن}$ (د) $\overleftrightarrow{أ ن}$

٢٧ دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٢ سم ، ٥ سم فإذا كانت الدائرتان متباعدتين فإن م ن ∋ ..................

(أ) [ ٧ ، ∞ [ (ب) ] ٧ ، ∞ [ (ج) [ ٣ ، ∞ [ (د) ] ٣ ، ∞ [

٢٨ مراكز الدوائر التى تمر بالنقطتين أ ، ب تقع جميعًا على .................... «الدقهلية 2017»

(أ) محور تماثل $\overline{أب}$ (ب) $\overline{أب}$ (ج) العمود المقام على $\overline{أب}$ (د) العمود على $\overline{أب}$ من ب

٢٩ إذا كان أ ، ب نقطتين فى المستوى بحيث أب = ٤ سم فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب = ..................

(أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (ج) ٤ سم (د) ٨ سم

٣٠ إذا كان أ ، ب نقطتين فى المستوى بحيث أب = ٧ سم فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب = ..................

(أ) ٣ سم (ب) ٣,٥ سم (ج) ٧ سم (د) ١٤ سم «قنا 2019»

٣١ إذا كانت $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة ، فإن عدد الدوائر التي يمكن رسمها و تمر بالنقطتين أ ، ب يساوى .................. «القليوبية 2016»

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٣٢ عدد محاور تماثل دائرتين متطابقتين و متماستين من الخارج يساوى .................. «الدقهلية 2016»

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٣٣ إحدى الحالات الأتية تعين دائرة وحيدة هى إذا علم .................... «الدقهلية 2016»

(أ) نقطتان منها (ب) احدى نقطها

(ج) مركزها و إحدى نقطها (د) نصف قطرها و احدى نقطها

٣٤ مساحة القطاع الدائرى الذى يمثل ربع الدائرة الذى طول قطرها ١٤ سم تساوى ....................

(أ) ١١ سم$^{٢}$ (ب) ٤٤ سم$^{٢}$ (ج) ٢٥ سم$^{٢}$ (د) ١٤ سم$^{٢}$

٣٥ إذا كانت م دائرة طول قطرها ١٤ سم ، أ نقطة فى مستويها ، م أ = (٢ س + ٣) ، فإذا كانت أ تقع على الدائرة

، فإن : س = .................. «القليوبية 2017»

(أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

٣٦ وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم ، فإنه يبعد عن المركز .................... «الغربية 2018»

(أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (ج) ٤ سم (د) ٦ سم

٣٧ إذا كان المستقيم ل مماسًا للدائرة طول قطرها ١٠ سم ، فإنه يبعد عن مركزها .................. «دمياط 2019»

(أ) ٣ سم (ب) ٥ سم (ج) ٦ سم (د) ١٠ سم

٣٨ إذا كانت م دائرة طول قطرها نق ، أ نقطة فى مستويها ، م أ = $\frac{٣}{٤}$ نق فإن أ ..................

(أ) تقع على الدائرة (ب) تقع داخل الدائرة (ج) تقع خارج الدائرة (د) مركز الدائرة

٣٩ عدد محاور تماثل الدائرة يساوى .................. «دمياط 2019 ، اسوان 2018»

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٤٠ دائرة طول أكبر وتر فيها يساوى ١٢ سم فإن محيطها يساوى .................. «الشرقية 2018»

(أ) ١٢ $\pi$ سم (ب) ٦ $\pi$ سم (ج) ٢٤ $\pi$ سم (د) ١٠ $\pi$ سم

٤١ المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى دائرة .................. «الغربية 2018 ، الشرقية 2017»

(أ) متوازيان (ب) متقاطعان (ج) متعامدان (د) منطبقان

٤٢ عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة يساوى .................. «الأقصر 2017»

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٤٣ مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع .................. «الدقهلية 2018 ، قنا 2018»

(أ) متوسطاته (ب) ارتفاعاته (ج) منصفات زواياه (د) محاور تماثل أضلاعه

٤٤ م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما ٦ سم ، ٨ سم ، م ن = ١٤ سم فإن الدائرتين م ، ن تكونان .................. «الدقهلية 2019»

(أ) متقاطعتين (ب) متماستين من الخارج (ج) متباعدتين (د) متماستين من الداخل

٤٥ م ، ن دائرتان متماستان من الداخل و طولا نصفى قطريهما ٧ سم ، ١٠ سم ، فإن : م ن = .................. «دمياط 2019»

(أ) ٣ سم (ب) ١٧ سم (ج) ٧ سم (د) ١٠ سم

٤٦ م ، ن دائرتان متماستان من الداخل و طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، نق سم ، نق > ٥ ، فإن : م ن = ٣ سم

، فإن : نق = .................. «المنيا 2018»

(أ) ٢ سم (ب) ٦ سم (ج) ٨ سم (د) ٩ سم

٤٧ طول نصف قطر الدائرة مركزها نقطة الأصل (٠، ٠) وتمر بالنقطة (٤ ، − ٣) يساوي .................. «الفيوم 2018»

(أ) ٧ سم (ب) ٣ سم (ج) ٤ سم (د) ٥ سم

## الوحدة الثانية

١ فى الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين .................. «بني سويف 2019 ، قنا 2016»

(أ) متتامتين (ب) متبادلتين (ج) متكاملتين (د) متساويتين فى القياس

٢ الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أصغر فى الدائرة تكون .................. «أسيوط 2017 ، قنا 2016»

(أ) حادة (ب) منفرجة (ج) قائمة (د) منعكسة

٣ $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ مماسان للدائرة م عند ب ، حـ ، فإن : $\overline{أب}$ .................. $\overline{أحـ}$

(أ) يطابق (ب) يوازى (ج) عمودى على (د) يقطع

٤ النسبة بين قياس الزاويتين المحيطية و المركزية المشتركتين معًا فى القوس تساوى ..................

(أ) ١ : ١ (ب) ٤ : ٢ (ج) ٢ : ٤ (د) ٢ : ١

٥ النسبة بين قياس الزاوية المماسية و قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس تساوي .................. «قنا 2018»

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (ج) ١ : ١ (د) ٢ : ٥

٦ إذا كان أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه ق (∠ أ) = $\frac{١}{٣}$ ق (∠ حـ) ، فإن : ق(∠ أ) = ..................

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (ج) ٩٠° (د) ١٣٥°

٧ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى .................. «المنيا 2019 ، مطروح 2018 ، الدقهلية 2019»

(أ) ١٨٠° (ب) ٤٥° (ج) ٩٠° (د) ١٠٠°

٨ قياس القوس الذي يمثل ربع الدائرة يساوي .................. «المنوفية 2018»

(أ) ١٨٠° (ب) ٦٠° (ج) ٩٠° (د) ١٢٠°

٩ قياس القوس الذي يمثل ثُلث الدائرة يساوي .................. «بني سويف 2017 ، المنيا 2016»

(أ) ١٨٠° (ب) ١٢٠° (ج) ٩٠° (د) ٦٠°

١٠ قياس الزاوية المحيطيه التى تحصر قوسًا قياسه يساوى ربع قياس الدائرة يساوى ..................

(أ) ٣٠° (ب) ١٣٥° (ج) ٤٥° (د) ٩٠°

١١ قياس الزاوية المحيطيه المرسومة فى ربع دائرة يساوى ..................

(أ) ٣٠° (ب) ١٣٥° (ج) ٤٥° (د) ٩٠°

١٢ يكون الشكل رباعيًا دائريًا إذا وجدت زاوية خارجه عند أى رأس من رءوسه قياسها .................. قياس الزاوية الداخله المقابلة للمجاورة لها

(أ) يساوي (ب) ضعف (ج) نصف (د) ثلث

١٣ طول القوس الذي يمثل ثلث الدائرة التي طول نصف قطرها ٦ سم يساوي ..................

(أ) ١٢ $\pi$ سم (ب) ٦ $\pi$ سم (ج) ٤ $\pi$ سم (د) ٣ $\pi$ سم

١٤ طول القوس الذي يمثل ربع محيط الدائرة يساوي .................. «القليوبية 2016»

(أ) ٢ $\pi$ نق (ب) $\frac{1}{2}$ $\pi$ نق (ج) ٤ $\pi$ نق (د) $\pi$ نق

١٥ قياس القوس الذي طوله يساوي ٢,٥ $\pi$ سم في دائرة طول قطرها ١٠ سم يساوي ..................

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (ج) ١٨٠° (د) ٢٧٠°

١٦ عدد المماسات التى يمكن رسمها من نقطة تقع على الدائرة تساوى .................. «البحيرة 2017»

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) عدد لا نهائي

١٧ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج يساوى .................. «الشرقية 2019»

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) عدد لا نهائي

١٨ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل يساوى .................. «الدقهلية 2019»

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

١٩ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين يساوى ..................

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) عدد لا نهائي

٢٠ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين يساوى .................. «اسوان 2018 ، البحيرة 2017»

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٢١ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتي المركز يساوى .................. «الدقهلية 2018»

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢٢ مجموع قياسى الزاويتين المتقابلتين فى الشكل الرباعى الدائرى .................. «جنوب سيناء 2017»

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (ج) ٣٦٠° (د) ١٢٠°

٢٣ قياس الزاوية المركزية .................. قياس القوس المحصور بين ضلعيها «القليوبية 2016»

(أ) نصف (ب) ضعف (ج) يساوي (د) ربع

٢٤ أ ب حـ ء هـ و سداسي منتظم مرسوم داخل الدائرة م ، فإن : ق ( $\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$ ) = ..................

(أ) ٩٠° (ب) ١٢٠° (ج) ٦٠° (د) ٣٠°

٢٥ قياس القوس الذي طوله ٢٢ سم و المرسوم في دائرة طول نصف قطرها ١٤ سم = ..................

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (ج) ١٢٠° (د) ١٨٠°

٢٦ إذا كان قياس الزاوية المماسية يساوى ٧٠° فإن قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس يساوى .................. «القليوبية 2016»

(أ) ٣٥° (ب) ٧٠° (ج) ١٤٠° (د) ١٠٥°

٢٧ الزاوية المماسية هى زاوية محصورة بين ..................

(أ) وترين (ب) مماسين (ج) وتر و مماس (د) وتر و قطر

٢٨ قياس الزاوية المحيطية .................. قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس «القاهرة 2019 ، الجيزة 2017»

(أ) نصف (ب) ضعف (ج) يساوي (د) ربع

٢٩ الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أكبر من نصف الدائرة تكون .................. «الوادي الجديد 2018»

(أ) حادة (ب) منفرجة (ج) قائمة (د) منعكسة

٣٠ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ أ) = ٧٠° ، فإن : ق (∠ حـ) = .................. «البحيرة 2019 ، المنيا 2018»

(أ) ٣٥° (ب) ٧٠° (ج) ١١٠° (د) ٢٠°

٣١ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ أ) + ٢ ق (∠ حـ) = ٢٦٠° ، فإن : ق (∠ حـ) = ..................

(أ) ١٣٠° (ب) ١٠٠° (ج) ٨٠° (د) ٦٠°

٣٢ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ حـ) ، فإن : ق (∠ أ) = .................. «الدقهلية 2019 ، الاسماعيلية 2018»

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (ج) ٩٠° (د) ١٢٠°

٣٣ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ أ ب ء) = ٧٠° ، فإن : ق (∠ أ حـ ء) = ..................

(أ) ٧٠° (ب) ١٤٠° (ج) ١١٠° (د) ٣٥°

٣٤ القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة تكونان ..................

(أ) متساويتين فى الطول (ب) غير متساويتين فى الطول

(ج) متعامدتين (د) متوازيتين



٣٥ أيًا من الأشكال الأتية يسمى رباعيًا دائريًا ؟ «الاسماعيلية 2019»

(أ) المربع (ب) المعين (ج) متوازي الأضلاع (د) شبه المنحرف

٣٦ إذا كانت : أ ب حـ مثلث مرسوم داخل الدائرة م ، ق (∠ أ حـ ب) = ٦٠° ، فإن : ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ..................

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (ج) ١٢٠° (د) ٩٠°

٣٧ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، حـ ∈ $\overset{\frown}{أب}$ بحيث ق ($\overset{\frown}{أحـ}$) : ق ($\overset{\frown}{بحـ}$) = ٢ : ٧ ، فإن : ق (∠ أ ب حـ) = ..................

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠° (ج) ١٤٠° (د) ٧٠°

٣٨ أ ب حـ ء مربع مرسوم داخل الدائرة م ، طول $\overset{\frown}{بحـ}$ = ١٥ π سم ، فإن : مساحة المربع تساوي ..................

(أ) ٣٦٠٠ سم$^2$ (ب) ١٨٠٠ سم$^2$ (ج) ٩٠٠ سم$^2$ (د) ٤٥٠ سم$^2$

٣٩ أ ب حـ مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل الدائرة م ، فإن : طول القوس $\overset{\frown}{بحـ}$ الأكبر يساوي ..................

(أ) $\frac{٤}{٣}$ π نق سم$^2$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ π نق سم$^2$ (ج) $\frac{١}{٣}$ π نق سم$^2$ (د) $\frac{٣}{٢}$ π نق سم$^2$

٤٠ $\overline{أب}$ ، $\overline{حـء}$ وتران في الدائرة م متقاطعان في نقطة هـ ، ق ($\overset{\frown}{أحـ}$) + ق ($\overset{\frown}{بء}$) = ١٣٠° ، فإن : ق (∠ أ هـ حـ) = ..................

(أ) ١٣٠° (ب) ٦٥° (ج) ٢٦٠° (د) ٦٠°

## الوحدة الأولى

**١ في الشكل المقابل :**

س ، ص منتصفات $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ على الترتيب ، ق (∠ ب أ حـ) = ٦٠°

، فإن : ق (∠ س م ص) = ..........

Ⓐ ٦٠° Ⓑ ١٢٠°

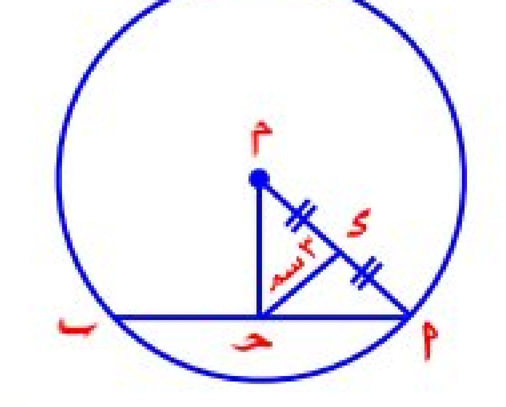
Ⓒ ٣٠° Ⓓ ٩٠°

**٢ في الشكل المقابل :** «الغربية 2019 ، الشرقية 2017»



إذا كان : حـ ء = ٣ سم ، $\overline{أحـ} \perp \overline{مب}$ ، ء منتصف $\overline{مأ}$ ، فإن مساحة سطح الدائرة = ..........






Ⓐ ٣ π سم² Ⓑ ٦ π سم²

Ⓒ ٩ π سم² Ⓓ ٣٦ π سم²

**٣ في الشكل المقابل :** «الوادي الجديد 2018»

دائرة م طول نصف قطرها ١٣ سم ، أب = ٢٤ سم ، فإن : حـ ء = .......... سم

Ⓐ ٦,٥ Ⓑ ١٢

Ⓒ ٨ Ⓓ ١٠



**٤ في الشكل المقابل :** «الغربية 2017»

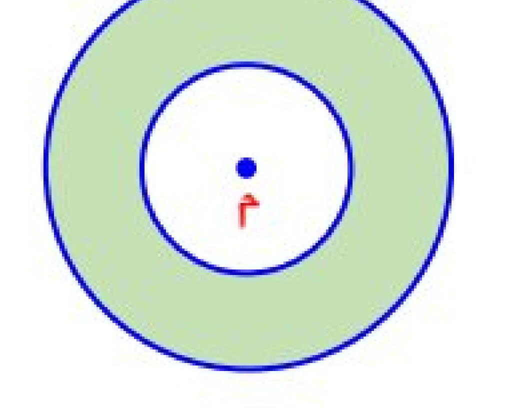
م س = م ص ، $\overline{أب} \parallel \overline{حـ ء}$ ، ق (∠ ب) = ٥٠° ، فإن : ق (∠ أ) = ..........




Ⓐ ٥٠° Ⓑ ٦٠°

Ⓒ ٧٠° Ⓓ ٨٠°

**٥ في الشكل المقابل :**




دائرتان متحدتا المركز م ، طولا نصفي قطريهما ٧ سم ، ١٤ سم على الترتيب

، فإن مساحة الشكل المظلل = .......... سم² ، حيث $\pi = \frac{٢٢}{٧}$

Ⓐ ٣٥٠ Ⓑ ٤١٢



Ⓒ ٤٦٢ Ⓓ ٥٣٠

**٦ في الشكل المقابل :**

$\overleftrightarrow{أحـ}$ مماسًا للدائرة عند أ ، ء منتصف $\overline{أب}$ ، ق (∠ حـ) = ٥٠° ، فإن : ق (∠ ب أ م) = ..........

Ⓐ ٤٠° Ⓑ ٤٥°

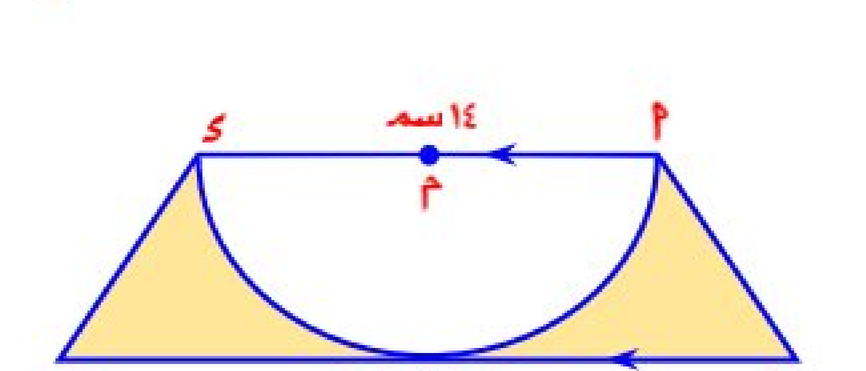
Ⓒ ٩٠° Ⓓ ٥٠°

**٧ في الشكل المقابل :** «دمياط 2016»



أ ب حـ ء شبه منحرف فيه ، أ ء = ١٤ سم ، ب حـ = ٢٨ سم

، فإن : مساحة الشكل المظلل = ..........

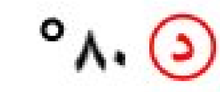



Ⓐ ٤٠° Ⓑ ٤٥°

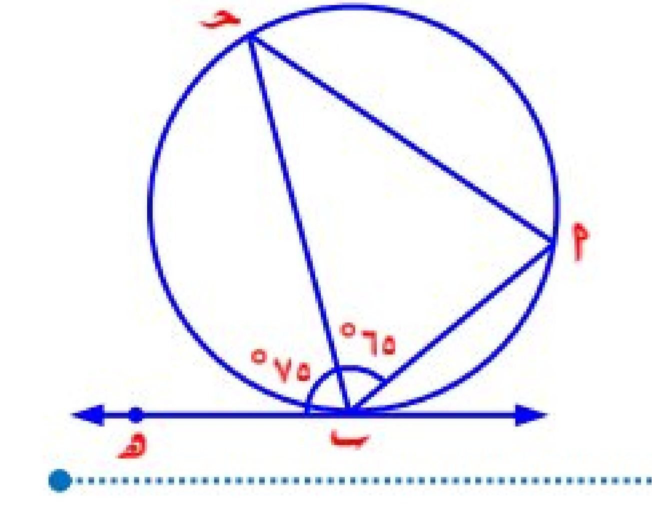
Ⓒ ٩٠° Ⓓ ٥٠°



## الوحدة الثانية



**١ في الشكل المقابل :** «الغربية 2016»

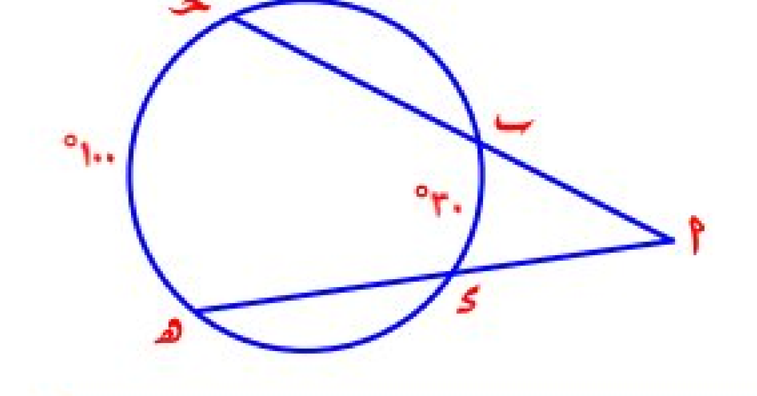


ق(∠ أ ب ح) = ٦٥° ، ق(∠ هـ ب ح) = ٧٥° ، فإن : ق(∠ أ ح ب) = ..................

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠°

(ح) ٥٠° (د) ٨٠°

**٢ في الشكل المقابل :** «الغربية 2016»

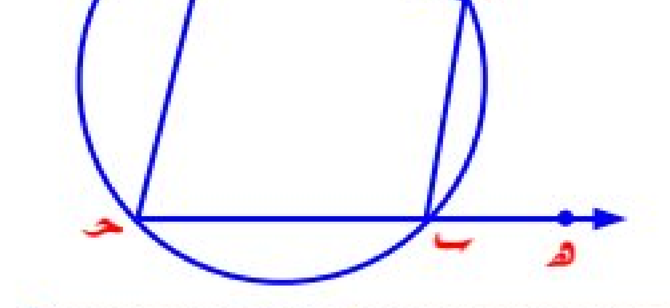


ق(⌒ح هـ) = ١٠٠° ، ق(⌒ب ى) = ٣٠° ، فإن : ق(∠ أ) = ..................

(أ) ٧٠° (ب) ٦٥°

(ح) ٦٠° (د) ٣٥°

**٣ في الشكل المقابل :** «المنيا 2016 ، شمال سيناء 2017»



إذا كان : ق(∠ أ ى ح) = ٨٠° ، فإن : ق(∠ أ ب هـ) = ..................

(أ) ١٠° (ب) ٨٠°

(ح) ٦٠° (د) ١٠٠°

**٤ في الشكل المقابل :** «الاسماعيلية 2016»

إذا كان : ق(∠ أ ح ب) = ٦٠° ، ق(∠ أ م ب) = (ص + ٢٠°) ، فإن : ص = ..................

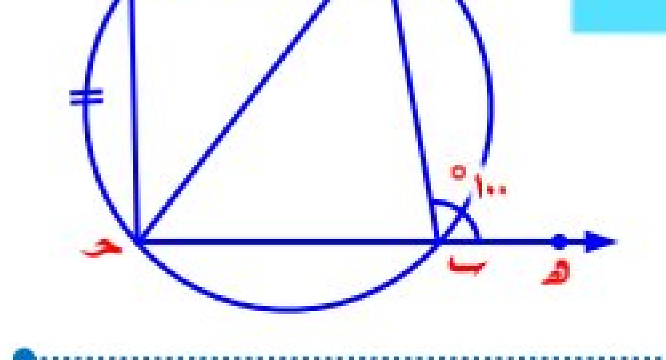
(أ) ٣٠° (ب) ٤٠°

(ح) ٨٠° (د) ١٠٠°





**٥ في الشكل المقابل :** «الاسماعيلية 2016»



إذا كان : ق(∠ أ ب هـ) = ١٠٠° ، ق(⌒أ ى) = ق(⌒ح ى) ، فإن : ق(∠ أ ح ى) = ..................

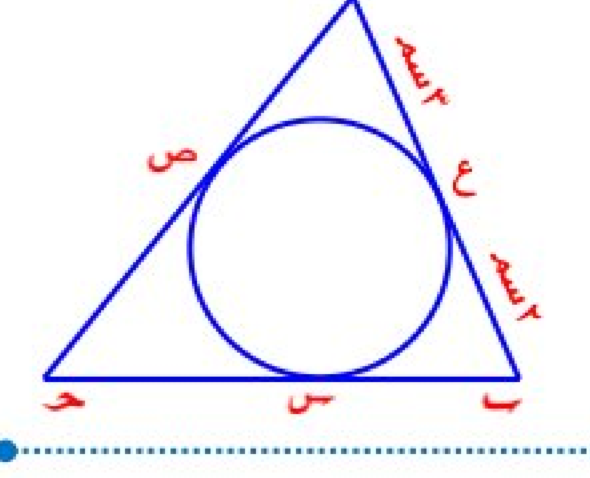




(أ) ١٠٠° (ب) ٨٠°

(ح) ٤٠° (د) ٣٠°

**٦ في الشكل المقابل :** «اسيوط 2016»

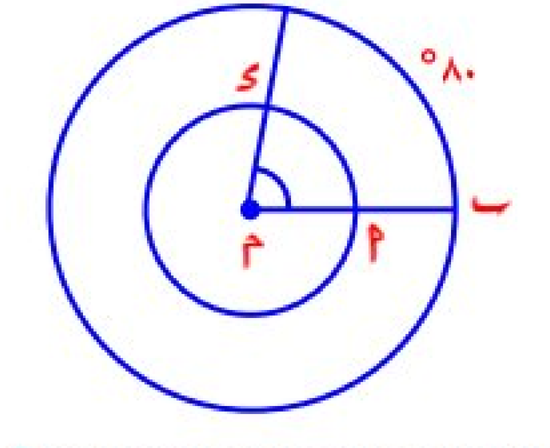


إذا كان : أ ح = ٨ سم ، أ ع = ٣ سم ، ب ع = ٢ سم ، فإن : ب ح = ..................

(أ) ٥ سم (ب) ٧ سم

(ح) ١٠ سم (د) ١٣ سم

**٧ في الشكل المقابل :** «الشرقية 2016»

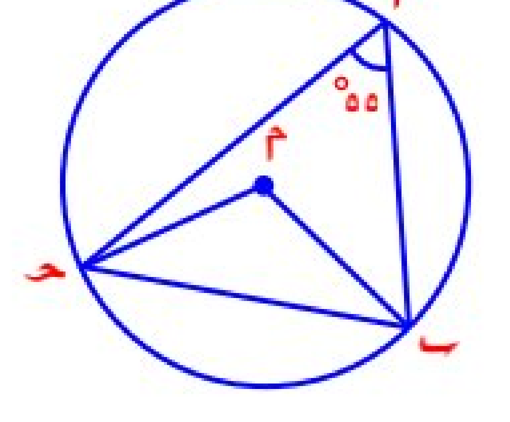


دائرتان متحدتا المركز م ، ق(⌒أ ح) = ٨٠° ، فإن : ق(⌒أ ى) = ..................

(أ) ٨٠° (ب) ٤٠°

(ح) ٢٠° (د) ١٦٠°

**٨ في الشكل المقابل :** «الدقهلية 2016»

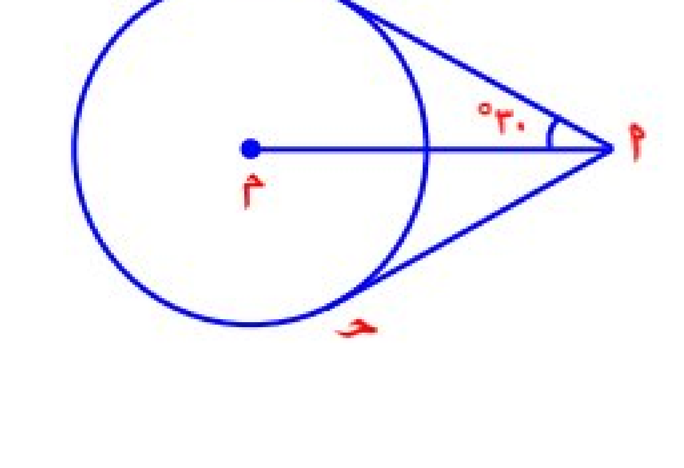


إذا كان : ق(∠ أ) = ٥٥° ، فإن : ق(∠ م ح ب) = ..................

(أ) ١١٠° (ب) ٥٥°

(ح) ٣٥° (د) ٢٥°

**٩ في الشكل المقابل :** «البحر الأحمر 2016»




أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م التي طول نصف قطرها ٤ سم ، ق(∠ م أ ب) = ٣٠°

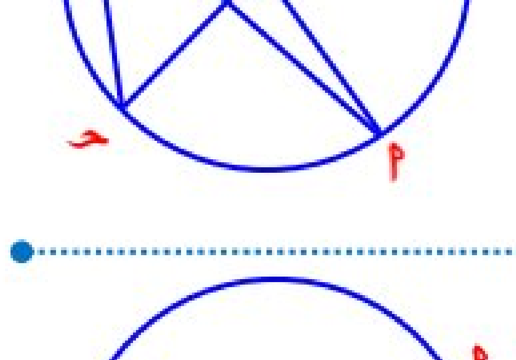
فـإن : أب = ..................

(أ) ٨ سم  (ب) ٨√٣ سم

(حـ) ٤√٣ سم  (د) ١٢√٣ سم

---

**١٠ في الشكل المقابل :** «الاسماعيلية 2016»



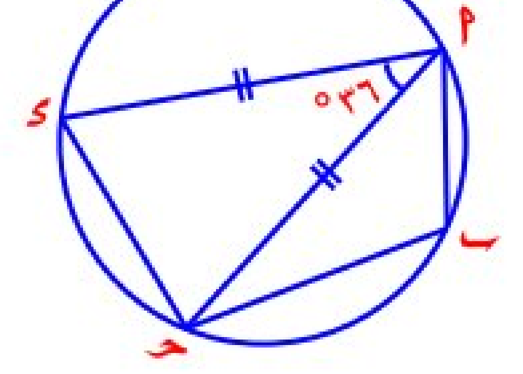

إذا كان : ق(∠ أ ب حـ) = ٤٠° ، فـإن : ق(∠ أ م حـ) = ..................

(أ) ٢٠°  (ب) ٤٠°

(حـ) ٨٠°  (د) ١٤٠°

---

**١١ في الشكل المقابل :** «الأقصر 2019»



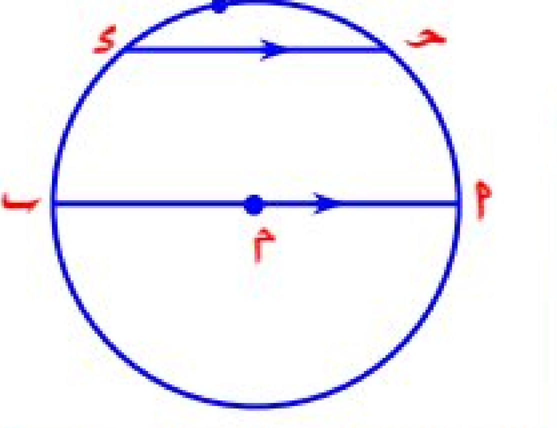

إذا كان : ق(∠ حـ أ ء) = ٣٦° ، أء = أحـ ، فـإن : ق(∠ ب) = ..................

(أ) ١٤٠°  (ب) ١٠٨°

(حـ) ٧٠°  (د) ٤٠°

---

**١٢ في الشكل المقابل :** «الشرقية 2018»



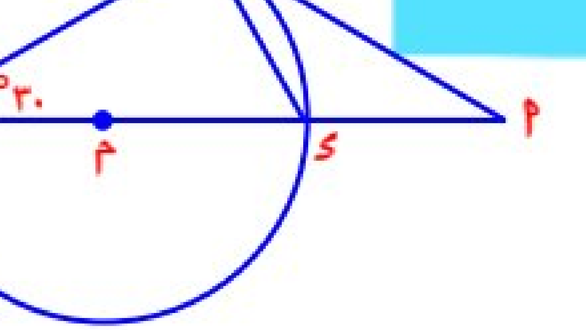

أب قطر في الدائرة م ، أب // حـء ، ق(حـ هـ ء⌢) = ٨٠° ، فـإن : ق(أحـ⌢) = ..................

(أ) ٤٠°  (ب) ٥٠°

(حـ) ٨٠°  (د) ١٠٠°

---

**١٣ في الشكل المقابل :** «الغربية 2017»





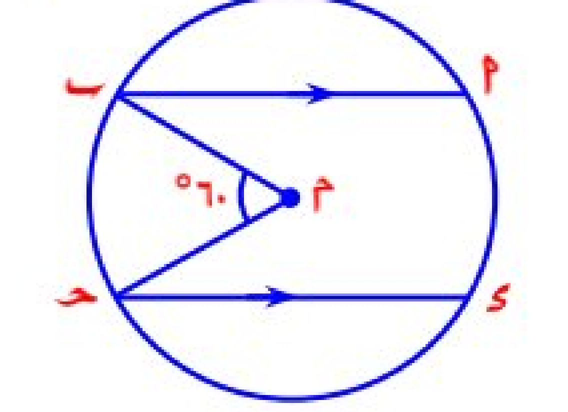

أب قطر في الدائرة م ، ق(∠ حـ) = ٣٠° ، فـإن : ق(∠ أ ب حـ) = ..................

(أ) ١٢٠°  (ب) ١١٠°

(حـ) ٩٠°  (د) ٣٠°

---

**١٤ في الشكل المقابل :** «اسوان 2019»



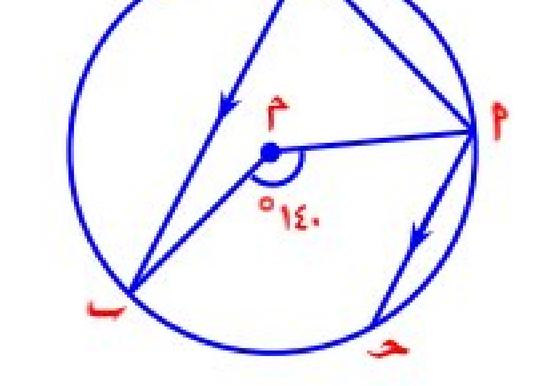

م دائرة ، أب // حـء ، ق(∠ ب م حـ) = ٦٠° ، فـإن : ق(أء⌢) = ..................

(أ) ٣٠°  (ب) ٦٠°

(حـ) ٩٠°  (د) ١٢٠°

---

**١٥ في الشكل المقابل :** «كفر الشيخ 2018»



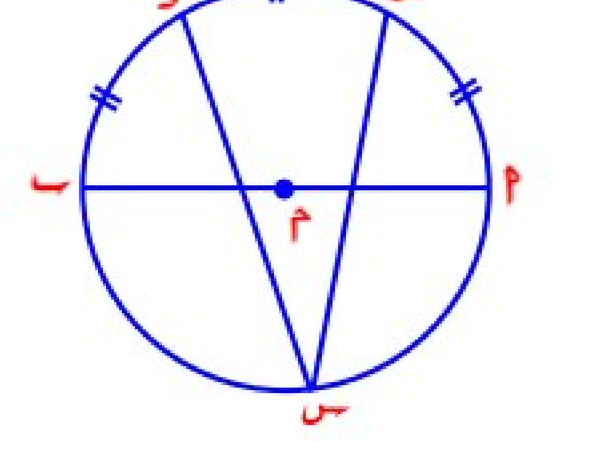

أحـ // بء ، ق(∠ أ م ب) = ١٤٠° ، فـإن : ق(∠ ء أ حـ) = ..................

(أ) ٧٠°  (ب) ١١٠°

(حـ) ١٤٠°  (د) ٢٢٠°

---

**١٦ في الشكل المقابل :** «كفر الشيخ 2018»

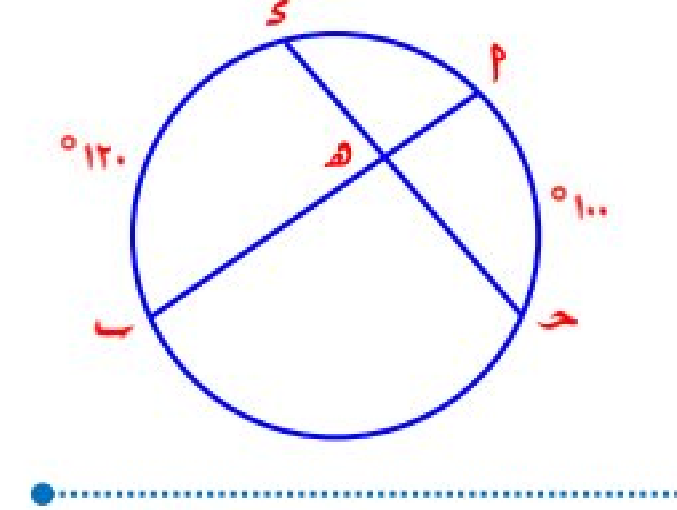



أب قطر في الدائرة م ، ق(أحـ⌢) = ق(حـء⌢) = ق(بء⌢) ، فـإن : ق(∠ س) = ..................



(أ) ١٥°  (ب) ٣٠°

(حـ) ٤٥°  (د) ٦٠°

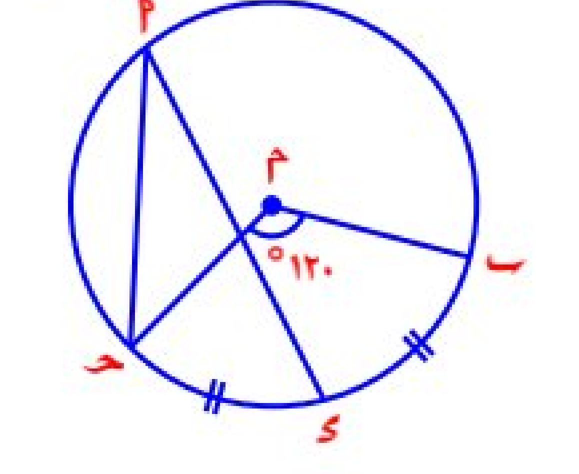



**١٧ في الشكل المقابل :** «الشرقية 2019»

إذا كان : ق ( ⌒أ حـ ) = ١٠٠° ، ق ( ⌒ب ء ) = ١٢٠° ، فإن : ق ( ∠ أ هـ حـ ) = ..............

(أ) ١١٠° (ب) ٥٥°

(جـ) ٧٠° (د) ١٠٠°

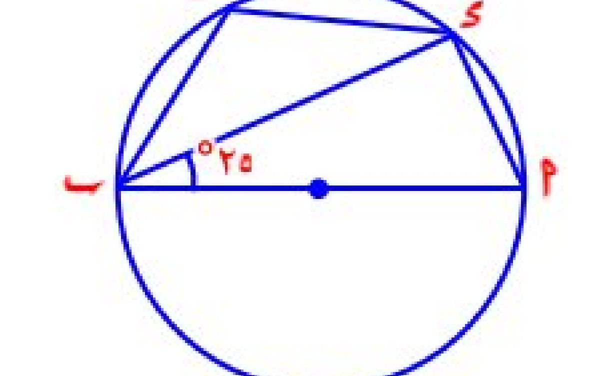



**١٨ في الشكل المقابل :**

إذا كانت : ء منتصف ( ⌒ب حـ ) ، ق ( ∠ ب م حـ ) = ١٢٠° ، فإن : ق ( ∠ ء أ حـ ) = ..............

(أ) ١٥° (ب) ٣٠°

(جـ) ٤٥° (د) ٦٠°




**١٩ في الشكل المقابل :** «الأقصر 2017»

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، ق ( ∠ أ ب ء ) = ٢٥° ، ق ( ⌒ب ء ) ، فإن : ق ( ∠ حـ ) = ..............



(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠°

(جـ) ١١٥° (د) ١٢٥°

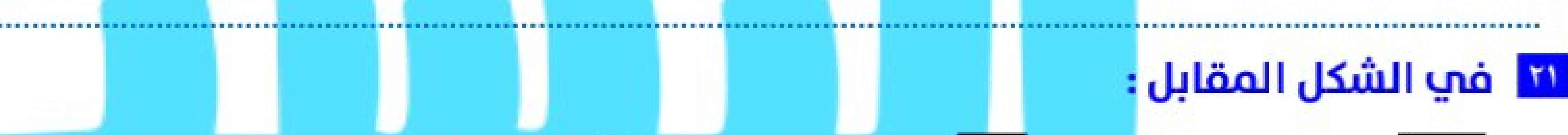
**٢٠ في الشكل المقابل :** «الغربية 2017»

إذا كان : ق ( ∠ ب م ء ) = ١١٠° ، فإن : ق ( ∠ حـ ) = ..............

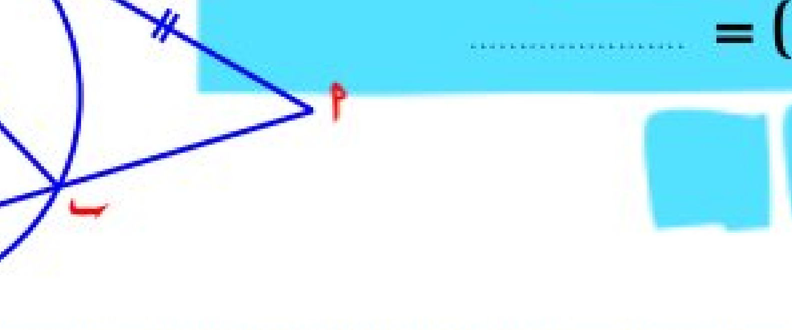
(أ) ٧٠° (ب) ١١٠°

(جـ) ١٢٥° (د) ٥٥°

**٢١ في الشكل المقابل :**

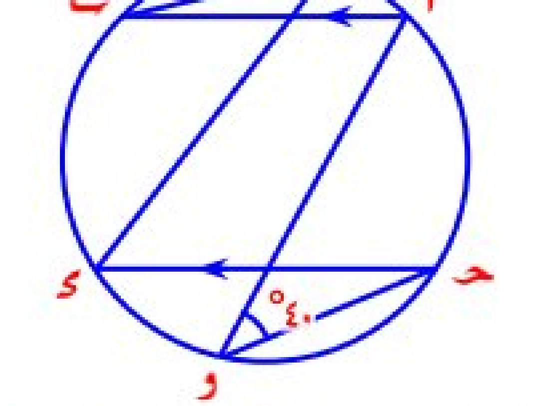


$\overline{حـ ء}$ قطر في الدائرة م ، $\overline{أ ء}$ مماسًا لها عند ء ، أ ء = حـ ء ، فإن : ق ( ∠ هـ ) = ..............



(أ) ٦٠° (ب) ٩٠°

(جـ) ٤٥° (د) ٣٠°

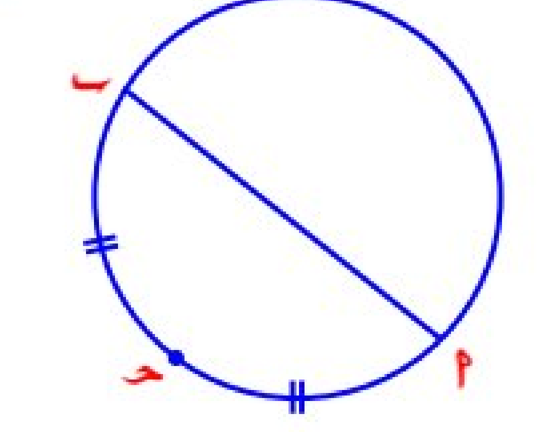



**٢٢ في الشكل المقابل :** «الشرقية 2017»

إذا كان : $\overline{أب}$ // $\overline{حـ ء}$ ، ق ( ∠ أ و حـ ) = ٤٠° ، فإن : ق ( ∠ ب هـ ء ) = ..............

(أ) ٥٠° (ب) ٤٠°

(جـ) ٣٠° (د) ٤٥°

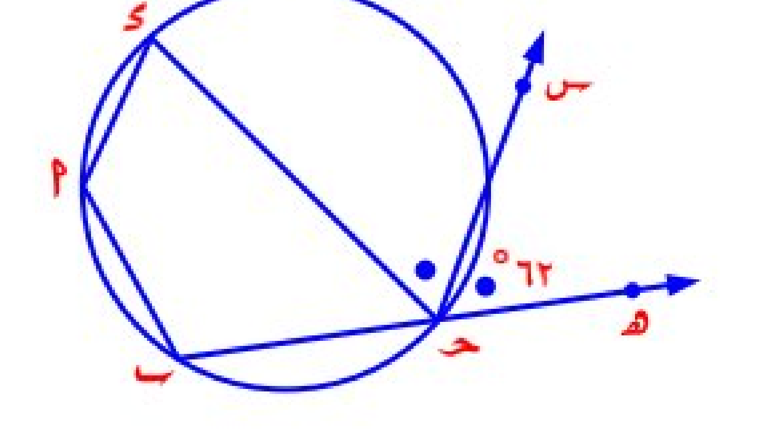



**٢٣ في الشكل المقابل :** «الجيزة 2017»

إذا كانت : حـ منتصف ( ⌒أ ب ) ، فإن : أ ب .............. ٢ أ حـ

(أ) > (ب) <

(جـ) ≥ (د) =




**٢٤ في الشكل المقابل :** «الجيزة 2017»

إذا كانت : هـ ∈ $\overleftarrow{ب حـ}$ ، $\overleftarrow{حـ س}$ ينصف ∠ هـ حـ ء بحيث ق ( ∠ هـ حـ س ) = ٦٢°

، فإن : ق ( ∠ أ ) = ..............



(أ) ٦٢° (ب) ١٢٨°

(جـ) ٥٦° (د) ١٢٤°

**٢٥ في الشكل المقابل :** «الجيزة 2019»

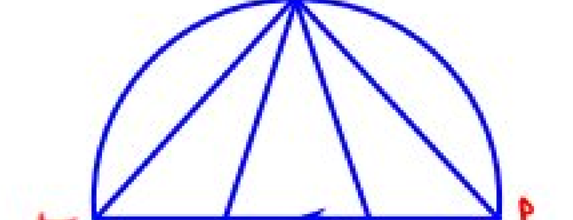
إذا كان : أ ب حـ ء شكل رباعي دائري ، ق ( ∠ أ ) = ٢ س° ، ق ( ∠ حـ ) = ٣ س°

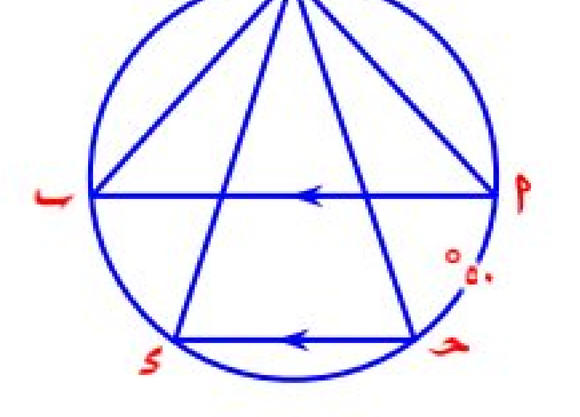
، فإن قيمة س = ....................

(أ) ٢٠°　　(ب) ٣٠°

(حـ) ٣٢°　　(د) ٣٦°

**٢٦ في الشكل المقابل :** «الغربية 2017»





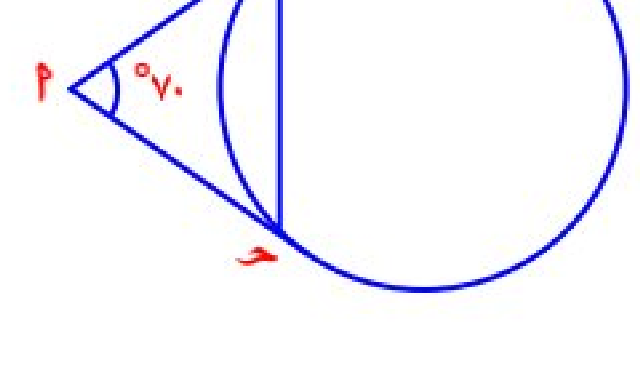
م دائرة ، أب // حـء ، ق ( أحـ⌒ ) = ٦٠° ، ق ( ∠ ب هـ ء ) = ( ٣ ص + ٥ )°

، فإن : ص = ....................

(أ) ٥°　　(ب) ١٠°

(حـ) ١٥°　　(د) ٢٥°

**٢٧ في الشكل المقابل :** «الدقهلية 2017»



إذا كان : أب ، أحـ مماسان للدائرة عند ب ، حـ ، ق ( ∠ أ ) = ٧٠°

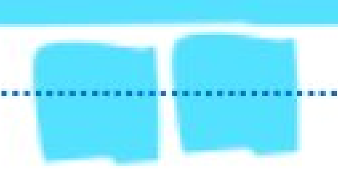
، فإن : ق ( ب حـ⌒ ) الأصغر = ....................

(أ) ١٨٠°　　(ب) ١١٠°

(حـ) ٩٠°　　(د) ١٠٠°

**٢٨ في الشكل المقابل :**

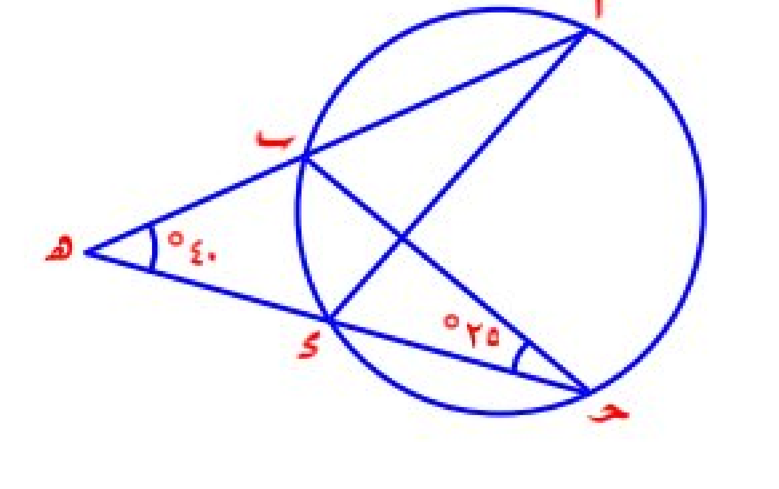
أحـ ∩ ب ء = { هـ } ، ق ( ∠ حـ هـ ب ) = ١٤٠° ، ق ( ∠ ء ) = ٨٠° ، فإن : ق ( ∠ حـ ) = ....................



(أ) ٣٠°　　(ب) ٤٠°

(حـ) ٥٠°　　(د) ٦٠°

**٢٩ في الشكل المقابل :**



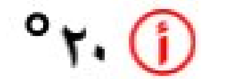
إذا كان : أب ∩ حـء = { هـ } ، ق ( ∠ هـ ) = ٤٠° ، ق ( ∠ حـ ) = ٢٥°

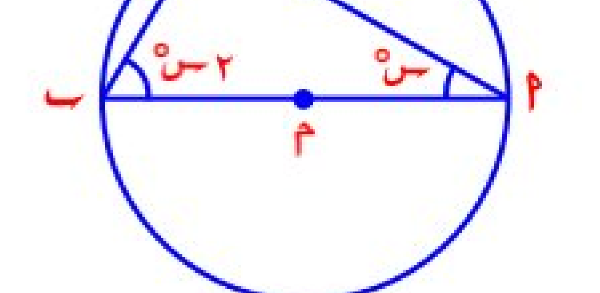
، فإن : ق ( ∠ أ ب حـ ) = ....................

(أ) ٥٠°　　(ب) ٨٠°

(حـ) ٢٥°　　(د) ٦٥°

**٣٠ في الشكل المقابل :** «اسوان 2018»





أب قطر في الدائرة م ، ق ( ∠ أ ) = س° ، ق ( ∠ ب ) = ٢ س° ، فإن : س = ....................

(أ) ٢٠°　　(ب) ٣٠°

(حـ) ٤٠°　　(د) ٦٠°

**٣١ في الشكل المقابل :**



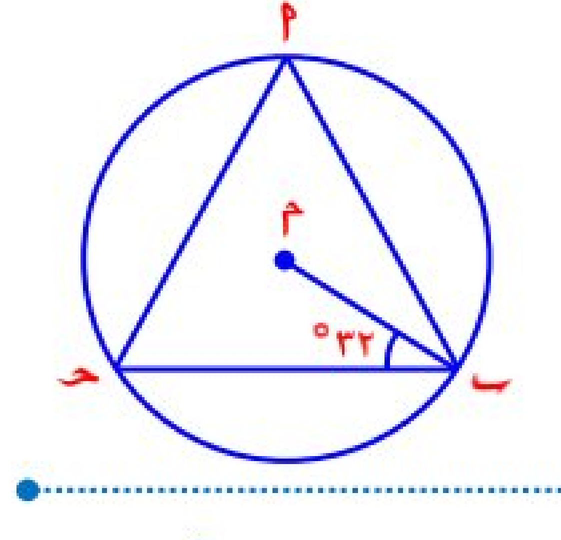
أء مماسًا للدائرة عند ء ، ق ( ∠ ب ) = ٢ س° ، ق ( ∠ حـ ) = ٣ س° ، ق ( ∠ حـ أ ب ) = س°

، فإن : ق ( ∠ ء أ حـ ) = ....................

(أ) ٢٠°　　(ب) ٤٠°

(حـ) ٦٠°　　(د) ٨٠°

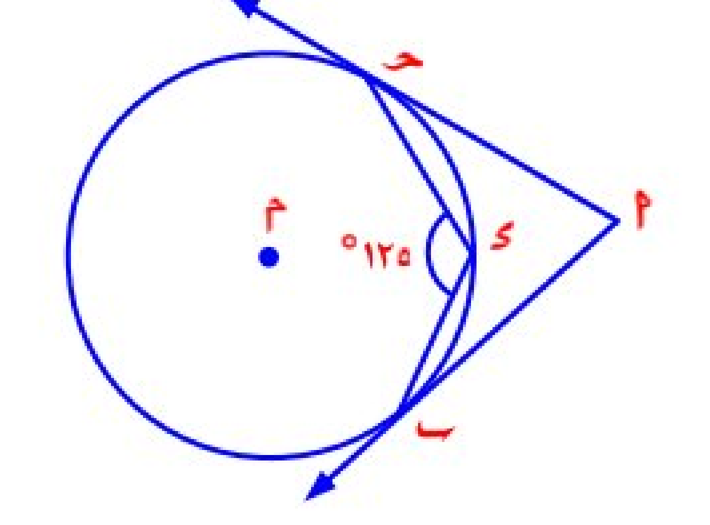
**٣٢ في الشكل المقابل :**




دائرة مركزها م ، ق (∠ م ب جـ ) = ٣٢° ، فإن : ق (∠ أ) = ..................

أ ١٦°  ب ٣٢°
جـ ٦٤°  د ١١٦°

**٣٣ في الشكل المقابل :**

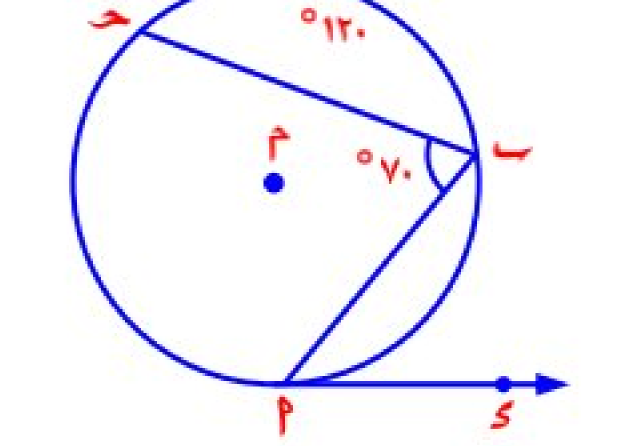



أب ، أجـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ ، أُخذت ء ∈ (ب جـ) بحيث ق (∠ ب ء جـ ) = ١٢٥°

، فإن : ق (∠ أ) = ..................

أ ٥٠°  ب ٦٠°
جـ ٧٠°  د ٨٠°

**٣٤ في الشكل المقابل :**




أء مماسًا للدائرة عند أ ، ق (∠ ب ) = ٧٠° ، ق (ب جـ) = ١٢٠° ، فإن : ق (∠ أ) = ..................

أ ٥٠°  ب ٦٠°
جـ ٧٠°  د ٣٥°

**٣٥ في الشكل المقابل :**

هـ أ ، هـ ب مماسان مشتركان للدائرتين م ، ن ، أب = ٥ سم ، هـ ء = ٧ سم

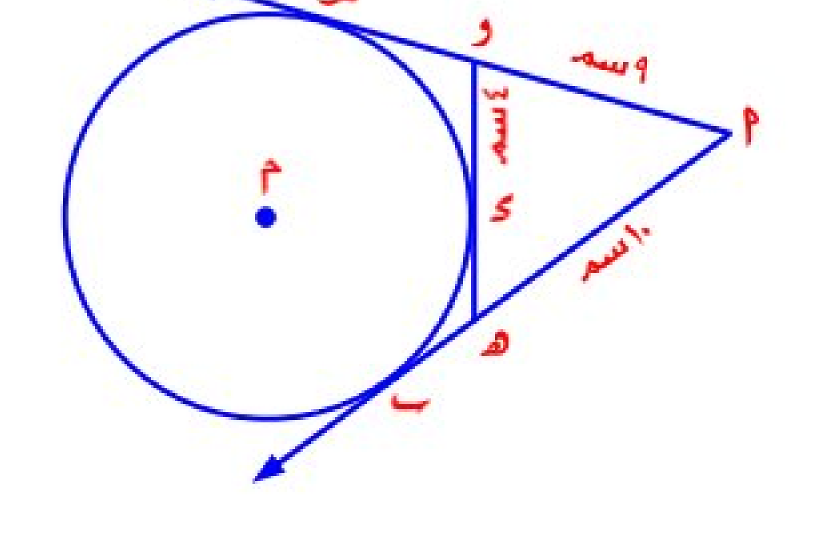
، هـ ء = ٧ سم ، فإن : س + ص = ..................

أ ١٠  ب ١١
جـ ١٢  د ١٤





**٣٦ في الشكل المقابل :**




أب ، أجـ ، و هـ مماسات للدائرة عند ب ، جـ ، ء على الترتيب ، أو = ٩ سم

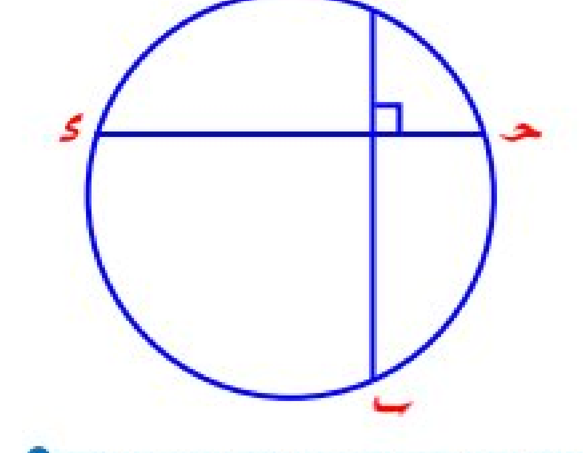
، أهـ = ١٠ سم ، و ء = ٤ سم ، فإن : هـ ء = ..................



أ ٣ سم  ب ٤ سم
جـ ٥ سم  د ٦ سم



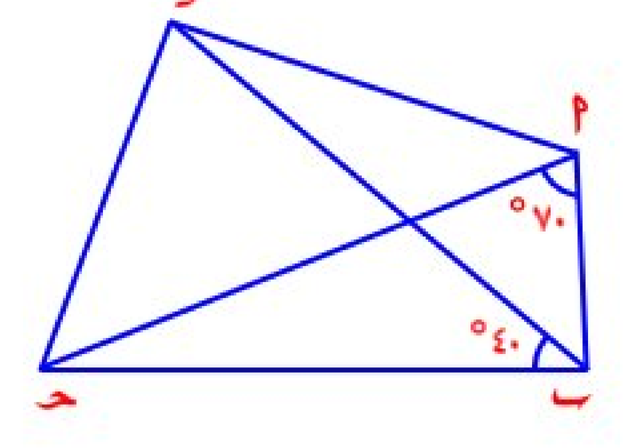
**٣٧ في الشكل المقابل :**




أب ، جـ ء وتران متعامدان في الدائرة م ، فإن : ق (ب ء) + ق (أ جـ) = ..................

أ ٤٥°  ب ٩٠°
جـ ١٨٠°  د ٢٧٠°

**٣٨ في الشكل المقابل :** «دمياط 2016»

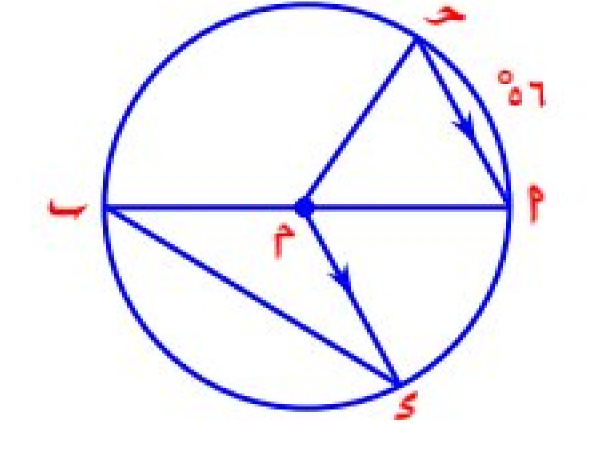



أب جـ ء شكل رباعي دائري فيه ، ق (∠ ب أ جـ ) = ٧٠° ، ق (∠ ء ب جـ ) = ٤٠°

، فإن : ق (∠ ء جـ ب ) = ..................



أ ٤٠°  ب ٣٠°
جـ ١١٠°  د ٧٠°



**٣٩ في الشكل المقابل :**

أحـ // مء ، ق(أحـ⌒) = ٥٦° ، فإن : ق(∠أبء) = ..................

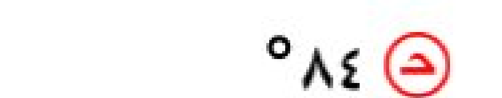
(أ) ٢٨° (ب) ٥٦°

(جـ) ٦٢° (د) ٣١°

**٤٠ في الشكل المقابل :**

أء مماسًا للدائرة المارة برؤوس المثلث أبحـ عند أ ، ق(∠ب) = س° ، ق(∠حـ) = ٢س°

، ق(∠ءأب) = (س + ٣٢)° ، فإن : ق(∠حـأب) = ..................



(أ) ٣٢° (ب) ٦٤°



(جـ) ٨٤° (د) ٤٢°

**٤١ في الشكل المقابل :**

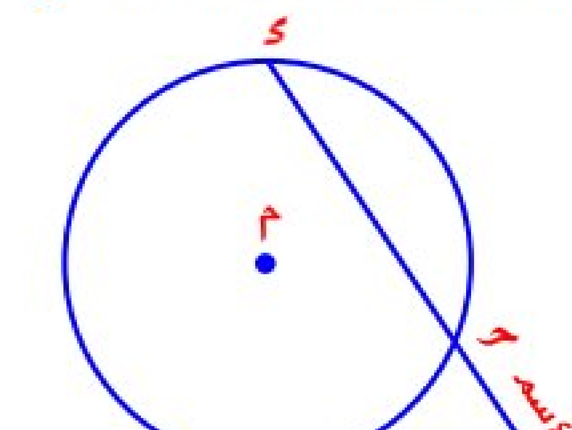
أب قطر في الدائرة م ، ق(∠حـ) = ٢٠° ، ق(أهـ⌒) = ٧٠°

، فإن : ق(هـء⌒) = ..................

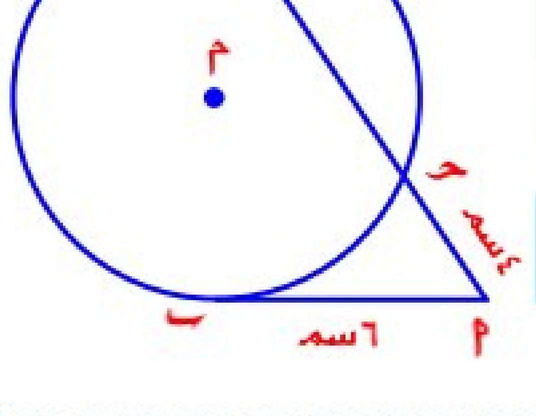
(أ) ٧٠° (ب) ٨٠°

(جـ) ٩٠° (د) ١١٠°

**٤٢ في الشكل المقابل :**



أب مماسًا للدائرة عند ب ، أب = ٦ سم ، أحـ = ٤ سم ، فإن : حـء = ..................

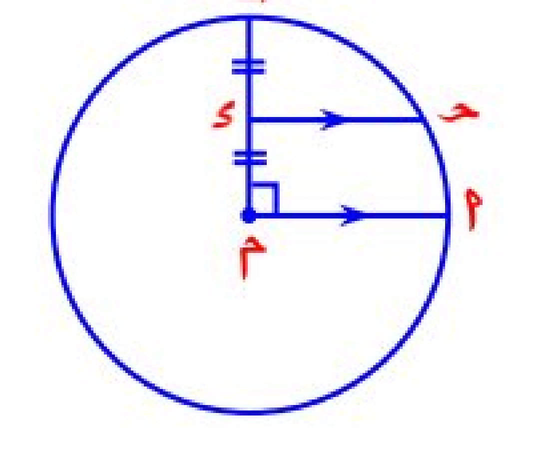






(أ) ٤ سم (ب) ٦ سم

(جـ) ٩ سم (د) ١٠ سم

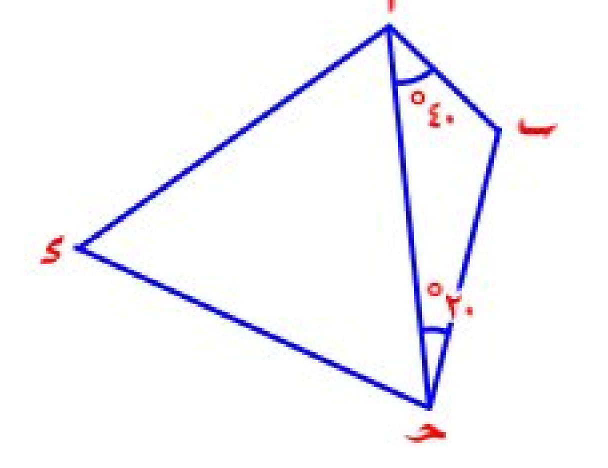


**٤٣ في الشكل المقابل :** «سوهاج 2017»

إذا كان : أم // حـء ، ق(∠أمب) = ٩٠° ، فإن : ق(أحـ⌒) = ..................

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠°

(جـ) ٣٠° (د) ٤٥°



**٤٤ في الشكل المقابل :** «الشرقية 2018»

أبحـء شكل رباعي دائري ، ق(∠بأحـ) = ٤٠° ، ق(∠أحـب) = ٢٠°

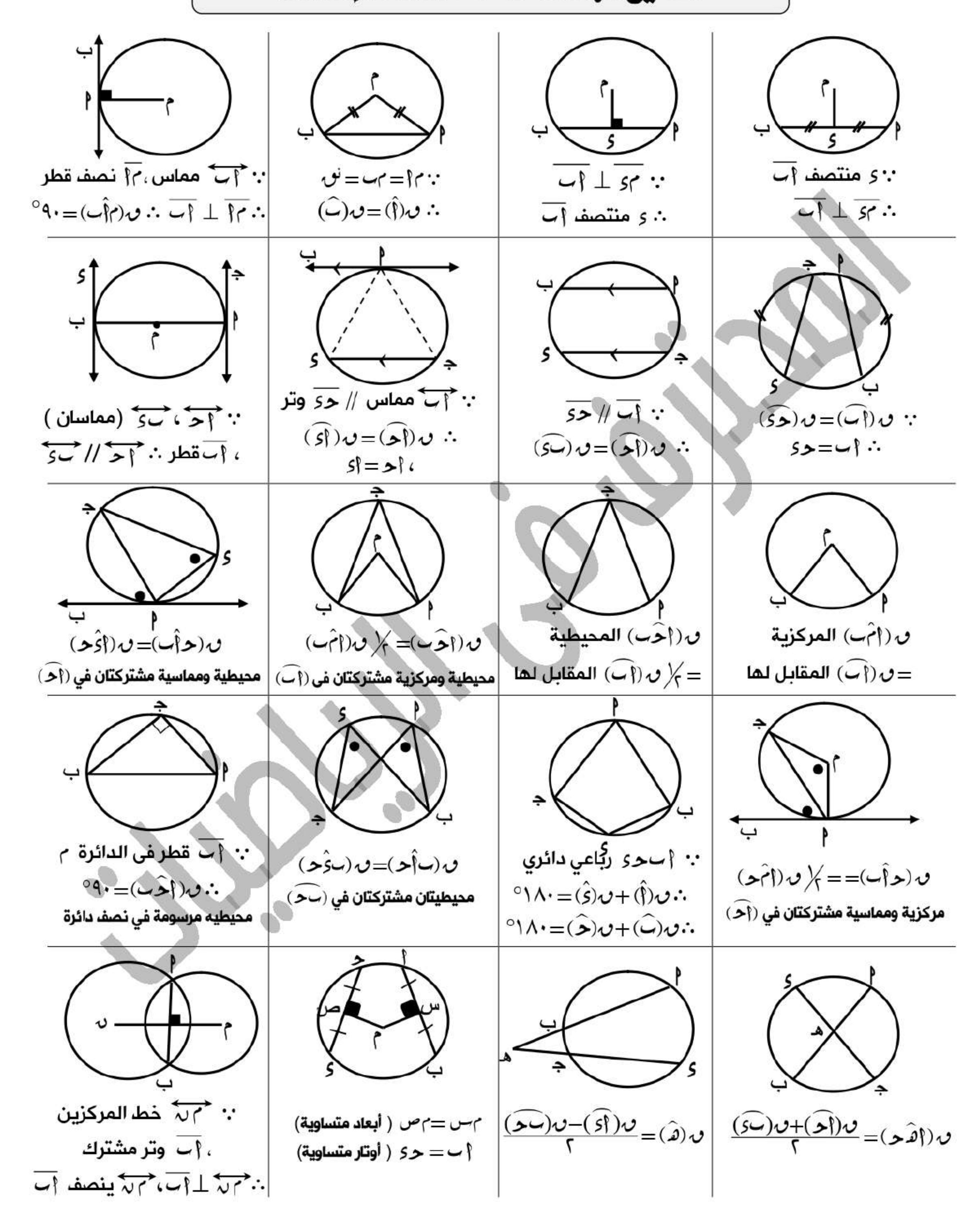
، فإن : ق(∠ء) = ..................

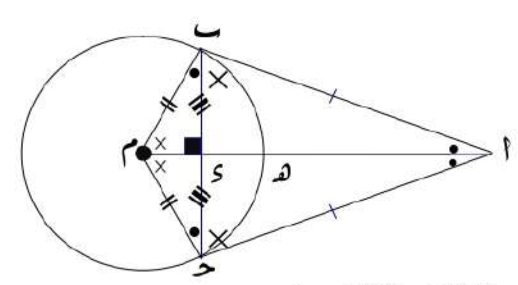
(أ) ٢٠° (ب) ٤٠°

(جـ) ٦٠° (د) ١٢٠°

**البسيط** في الرياضيات ، مُنطلق جديد

# مفاتيح الهندسة للصف الثالث الإعدادى






## نظرية (٤) ونتائجها:

① أب = أحـ .

② $\overleftrightarrow{أم}$ محور $\overline{بحـ}$ ويكون

$\overleftrightarrow{أم} \perp \overline{بحـ}$ ، بء = حـء

③ الشكل أبمحـ رباعى دائرى لأن :

ق(∠أبم) = ق(∠أحـم) = ٩٠°

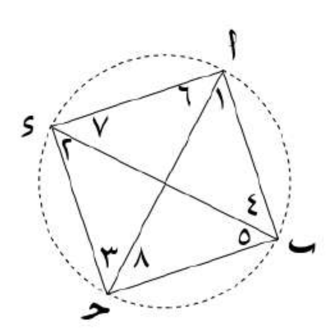
④ طول $\overset{\frown}{هـب}$ = طول $\overset{\frown}{هـحـ}$

⑤ مب = محـ = نق

⑥ ق(∠بأم) = ق(∠حـأم) ( $\overleftrightarrow{أم}$ ينصف (∠بأحـ))

⑦ ق(∠بمأ) = ق(∠أمحـ) ( $\overleftrightarrow{أم}$ ينصف (∠بمحـ))

⑧ قوس الدائرة المحصور بين القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة قوس أصغر فى الدائرة.

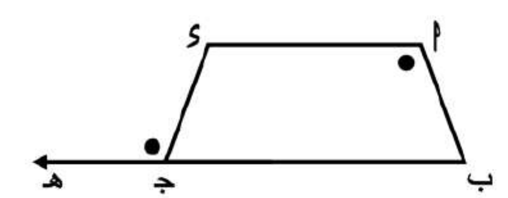



① ق(∠١) = ق(∠٢) يكون رباعى دائرى

② ق(∠٣) = ق(∠٤) يكون رباعى دائرى

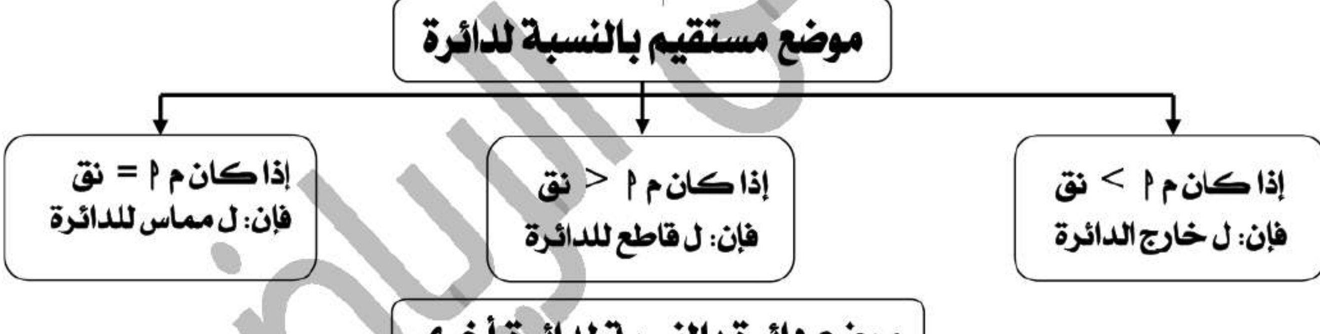
③ ق(∠٥) = ق(∠٦) يكون رباعى دائرى

④ ق(∠٧) = ق(∠٨) يكون رباعى دائرى



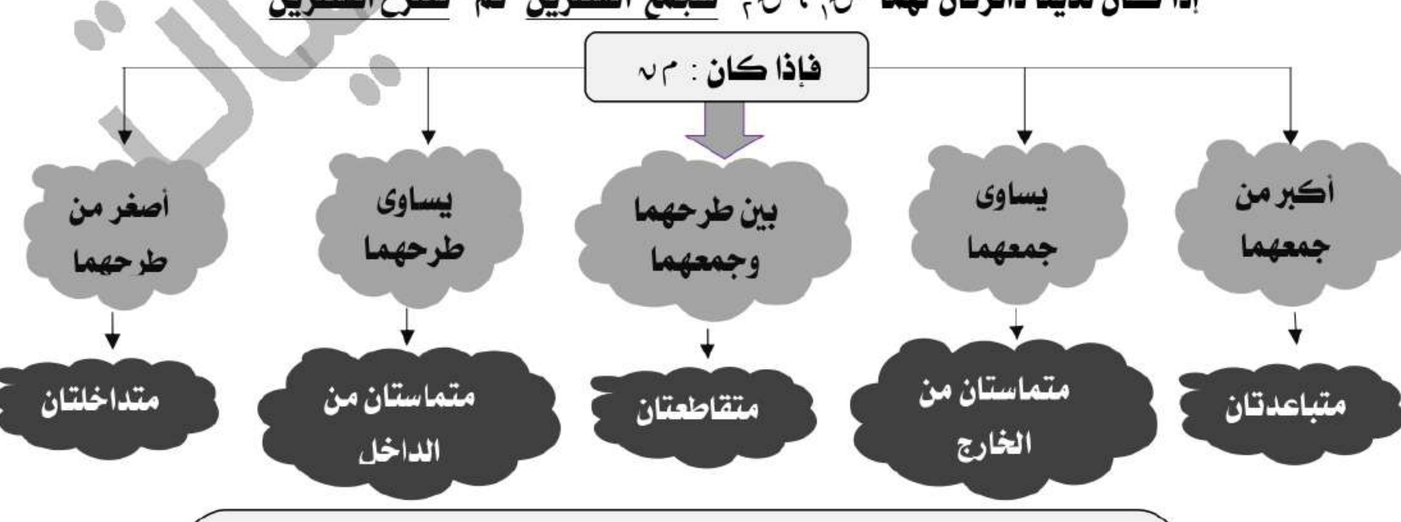

إذا كان : ق(∠ءحـهـ) الخارجة = ق(∠أ) الداخلة المقابلة

فإن الشكل : أبحـء رباعى دائرى




## موضع دائرة بالنسبة لدائرة أخري

إذا كان لدينا دائرتان لهما $نق_١$ ، $نق_٢$ نجمع القطرين ثم نطرح القطرين




إذا كان م ن = صفر فإن الدائرتان تكونان متحدتا المركز

# عدد الدوائر التي تمر بـ

| ثلاث نقط علي استقامة واحدة | ثلاث نقط ليست علي استقامة واحدة |
|---|---|
| ( صفر ) | ( واحدة ) |




(١) المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوي الساقين أشكال رباعية دائرية.

(٢) متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير متساوي الساقين ليست أشكالاً رباعية

# بعض القوانين الهامة

**طول القوس** = $\frac{\text{قياس القوس}}{٣٦٠^\circ}$ × ٢ $\pi$ نق

**قياس القوس** = $\frac{\text{طول القوس}}{٢ \pi \text{نق}}$ × ٣٦٠°

**محيط الدائرة** = ٢ $\pi$ نق

**مساحة الدائرة** = $\pi$ نق$^{٢}$

**مساحة المربع** = مربع طول ضلعه

**محيط المربع** = طول الضلع × ٤

**مساحة المستطيل** = الطول × العرض

**محيط المستطيل** = ( الطول + العرض ) × ٢

**مساحة متوازي الأضلاع** = طول القاعدة × الارتفاع

**مسحة المعين** = طول الضلع × الارتفاع

**مساحة المعين** = ½ × حاصل ضرب طولا قطرية

**مساحة المثلث** = ½ × القاعدة × الارتفاع

**مساحة شبة المنحرف** = ½ × مجموع القاعدتين المتوازيتان × الارتفاع

| | |
|---|---|
| عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متباعدتين | ٤ |
| عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرة من نقطة خارجها | ٢ |
| عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرة من نقطة عليها | ١ |
| عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متماستين من الداخل | ١ |
| عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متماستين من الخارج | ٣ |
| عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متقاطعتين | ٢ |
| عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متداخلتين أو متحدى المركز | ( صفر ) |

# ملخص نظرى الهندسة

(١) نصف قطر الدائرة أى قطعة مستقيمة تصل بين المركز وأى نقطة على الدائرة وكلها متساوية وتساوى نق
(٢) وتر الدائرة هو أى قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين على الدائرة
(٣) قطر الدائرة وتر يمر بالمركز أو أى قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين على الدائرة وتمر بالمركز
(٤) أى مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها وللدائرة عدد لا نهائى من محاور التماثل
(٥) محيط الدائرة = ٢ $\pi$ نق (٦) مساحة الدائرة = $\pi$ نق$^{٢}$
(٧) خط المركزين الدائرتين متماستين من الداخل أو الخارج يكون عمودياً على المماس المشترك عند نقطة التماس
(٨) المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها يكون عمودياً على هذا الوتر
(٩) خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على الوتر المشترك وينصفه
(١٠) المماس لدائرة يكون عمودياً على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس
(١١) المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايته يكون مماس للدائرة
(١٢) المماسان لدائرة المرسومان من نهايتى قطر فيهما متوازيين
(١٣) يوجد عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بنقطة واحدة
(١٤) يوجد عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بنقطتين
(١٥) لا يمكن رسم دائرة واحدة تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة
(١٦) أصغر دائرة يمكن رسمها تمر بالنقطتين أ ، ب طولها يساوى نصف طول أب
(١٧) يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة
(١٨) الدائرة الخارجة للمثلث هى الدائرة التى تمر برؤوس المثلث من الخارج
(١٩) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هى نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاعه من منتصفاتها
(٢٠) مركز الدائرة الخارجة للمثلث القائم الزاوية هو منتصف الوتر
(٢١) الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة تكون على ابعاد متساوية من مركزها
(٢٢) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة إذا كانت الأوتار على ابعاد متساوية من المركز فانها تكون متساوية فى الطول
(٢٣) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس متساوية فى الطول والعكس صحيح
(٢٤) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس أوتارها متساوية فى الطول والعكس صحيح
(٢٥) الوتران المتوازييان فى الدائرة يحصران قوسين متساويين فى القياس
(٢٦) القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه متساويان فى القياس
(٢٧) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس
(٢٨) قياس الزاوية المركزية ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس
(٢٩) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها
(٣٠) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة
(٣١) الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس

(٣٢) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها

(٣٣) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة

(٣٤) الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس

(٣٥) فى الدائرة الواحدة أو فى عدة دوائر الزوايا المحيطية المتساوية فى القياس تحصر بين ضلعيهما أقواساً متساوية فى القياس

(٣٦) إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها فأنه يمر برأسيهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وتراً فيها

(٣٧) إذا كان الشكل الرباعى دائرياً فإن : كل زاويتان متقابلتان متكاملتان مجموعهم = ١٨٠°

(٣٨) المستطيل والمربع والشبه منحرف المتساوى الساقين اشكال رباعية دائرية

(٣٩) متوازى الأضلاع والمعين وشبه المنحرف الغير متساوى الساقين رباعيه غير دائرية

(٤٠) قياس الزاوية الخارجة عن أى رأس من رؤوس الشكل الرباعى الدائرى يساوى قياس الزاوية الداخله المقابلة للمجاورة

(٤١) إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان فى شكل رباعى كان هذا الشكل رباعى دائرى

(٤٢) إذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رؤوس شكل رباعى قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس كان الشكل رباعياً دائرياً

(٤٣) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان فى الطول

(٤٤) يكون الشكل الرباعى دائرياً إذا تحققت أحد الشروط التالية :

◎إذا وجدت نقطة فى مستوى الشكل تكون على ابعاد متساوية من رؤوسه

◎إذا وجدت زاويتان متساويتان فى القياس ومرسومتان على ضلع من اضلاعه كقاعدة وفى جهة واحدة من هذا الضلع

◎إذا وجدت زاويتان متقابلتان فيه متكاملتان مجموع قياسهما = ١٨٠°

◎إذا وجدت زاوية خارجة عند أى رأس من رؤسه قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة له

(٤٥) الدائرة الداخلة لمثلث هى الدائرة التى تمس اضلاعه من الداخل

(٤٦) مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع منصفات زواياه

(٤٧) الزاوية المماسية هى الزاوية المكونة من اتحاد شعاعين أحدهما مماس للدائرة والأخر يحتوى وتر الدائرة يمر بنقطة التماس

(٤٨) قياس الزاوية المماسية يساوى نصف قياس القوس الموصول بين ضلعيهما

(٤٩) قياس الزاوية المماسية يساوى قياس الزاوية المحيطية المرسومة على وتر التماس

(٥٠) إذا رسم من احدى نقطتى النهاية لوتر فى دائرة بحيث كان قياس الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوى قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن هذا الشعاع يكون مماساً للدائرة

## اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) م ، ن دائرتان متباعدتان طولا نصفى قطريهما ٨سم ، ٦سم على الترتيب فإن : م ن .............. ١٤سم

(أ) $>$ (ب) $<$ (جـ) $=$ (د) $\leqslant$

(٢) قياس الزاوية المحيطية يساوى ...................... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ربع (د) ثلث

(٣) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٧سم ، ٣سم فإن : م ن = ..............

(أ) ٣ (ب) ٤. (جـ) ٧ (د) ١٠

④ **في الشكل المقابل :**

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

، ق($\overset{\frown}{أح}$) = ق($\overset{\frown}{حء}$) = ق($\overset{\frown}{ءب}$)

فإن : ق (∠حسء) = ......................

Ⓐ ١٥°　　Ⓑ ٣٠°

Ⓒ ٤٥°　　Ⓓ ٦٠°

(أ) ١٥°　　(ب) ٣٠°　　(ح) ٤٥°　　(ء) ٦٠°

⑤ **في الشكل الرباعي الدائري أبحء إذا كان : ق (∠أ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ح) فإن : ق (∠أ) = ........................**

(أ) ٢٠°　　(ب) ٣٠°　　(ح) ٦٠°　　(ء) ١٢٠°

⑥ **خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على ...................... وينصفه**

(أ) القطر　　(ب) الوتر　　(ح) الوتر المشترك　　(ء) المماس

⑦ **الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ......................**

(أ) حادة　　(ب) مستقيمة　　(ح) منفرجة　　(ء) قائمة

⑧ **الشكل المقابل يكون رباعياً دائرياً إذا كان ......................**

(أ) ق (∠أ) + ق (∠ء) = ١٨٠°　　(ب) $\overline{أح} \perp \overline{بء}$

(ح) ق (∠بأح) = ق (∠حأء)　　(ء) ق (∠أءب) = ق (∠أحب)

⑨ **دائرتان م ، ن طولا نصفي قطريهما ٨ سم ، ٦سم إذا كان : م ن = ١٤سم فإن الدائرتين تكونان ..........**

(أ) متقاطعتين　　(ب) متباعدتين　　(ح) داخلتين　　(ء) متماستين من الخارج

⑩ **في الشكل المقابل :**

$\overleftrightarrow{أب}$ ∩ سطح الدائرة م = ...................

(أ) {ح ، ء}　　(ب) $\overline{حء}$

(ح) $\overleftrightarrow{حء}$　　(ء) ∅

⑪ **قياس الزاوية المركزية التي تقابل قوساً طوله $\frac{1}{3}$ π نق ......................**

(أ) ٣٠°　　(ب) ٦٠°　　(ح) ١٢٠°　　(ء) ٢٤٠°

⑫ **يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ......................**

(أ) معين　　(ب) مستطيل　　(ح) شبه منحرف　　(ء) متوازي أضلاع

⑬ **دائرة طول قطرها ١٠سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة ٥سم فإن المستقيم ل يكون ..............**

(أ) مماساً للدائرة　　(ب) قاطعاً للدائرة　　(ح) خارج الدائرة　　(ء) قطراً في الدائرة

⑭ **عدد المماسات المشتركة للدائرتين المتماستين من الخارج هو ......................**

(أ) صفر　　(ب) ١　　(ح) ٢　　(ء) ٣

⑮ **عدد محاور التماثل لأي دائرة هو ......................**

(أ) صفر　　(ب) ١　　(ح) ٢　　(ء) عدد لا نهائي

⑯ **فى الشكل المقابل :**

إذا كان $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م

، $\overline{أب}$ // $\overline{حء}$ ، ق ($\overset{\frown}{ءهـح}$) = ٨٠° فإن : ق ($\overset{\frown}{أح}$) = ..........................

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠°

(ح) ٨٠° (ء) ١٠٠°

⑰ إذا كان : م ، ں دائرتان متقاطعتان فى نقطتين وكان طولا نصفى قطريهما ٥سم ، ٢سم على الترتيب فإن : م ں ∈ ..........................

(أ) [٣ ، ٧] (ب) ]٣ ، ٧] (ح) ]٣ ، ٧[ (ء) [٣ ، ٧[

⑱ محور تماثل الدائرة هو ..........................

(أ) القطر (ب) الوتر (ح) المستقيم المار بالمركز (ء) المماس

⑲ قياس القوس الذى يمثل ربع قياس الدائرة يساوى ..........................

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (ح) ١٢٠° (ء) ٢٤٠°

⑳ المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى دائرة يكونان ..........................

(أ) متعامدين (ب) متوازيين (ح) متقاطعتين (ء) منطبقين

㉑ وتر طوله ٨سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠سم فإنه يبعد عن المركز .......................... سم

(أ) ٢ (ب) ٤ (ح) ٣ (ء) ٦

㉒ مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع ..........................

(أ) متوسطاته (ب) ارتفاعاته (ح) محاور تماثل أضلاعه (ء) منصفات زواياه الداخلة

㉓ قياس الزاوية المركزية المرسومة فى ثلث دائرة يساوى ..........................

(أ) ٢٤٠° (ب) ١٢٠° (ح) ٦٠° (ء) ٣٠°

㉔ م ، ں دائرتان متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٧سم ، ١٠سم فإن : م ں = .......... سم

(أ) ٣ (ب) ١٧ (ح) ٧ (ء) ١٠

㉕ **فى الشكل المقابل :**

$\overline{أح}$ قطر في الدائرة م

، ق ($\hat{ح}$) = ٣٠° فإن : ق ($\hat{أ}$) = ..........................

(أ) ١٢٠° (ب) ٦٠°

(ح) ٩٠° (ء) ٤٠°

㉖ **فى الشكل المقابل :**

دائرة مركزها م إذا كان : ق ($\hat{ح}$) = ٤٠°

، ق (∠أمب) = (ص + ١٠)° فإن : ص = ..........................

(أ) ٧٠° (ب) ٨٠°

(ح) ١٠٠° (ء) ١٨٠°

٢٧ في الشكل المقابل :

ق (∠ أ م ب) = ٥٠° فإن : ق (∠ أ ء ب) = ..........................

أ ٥٠°　　ب ١٠٠°

ج ٣١٠°　　د ٣٥٠°

---

٢٨ الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين ..........................

أ وترين　　ب مماسين　　ج وتر ومماس　　د وتر وقطر

---

٢٩ دائرة طول محيطها ٦ $\pi$ سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٥سم فإن المستقيم ل يكون ..........................

أ مماساً للدائرة　　ب قاطعاً للدائرة　　ج خارج الدائرة　　د قطراً في الدائرة

---

٣٠ أ ب ج ء رباعي دائري فيه : ق (∠ أ) = ٣ ق (∠ ج) فإن : ق (∠ أ) = ..........................

أ ٩٠°　　ب ٤٥°　　ج ١٣٥°　　د ١٢٠°

---

٣١ إذا كان طولا نصفي قطري الدائرتين م ، ن هما ٦سم ، ٣سم وكان م ن = ٢سم فإن : م ، ن ..........................

أ متقاطعتان　　ب متداخلتان　　ج متباعدتان　　د متماستان من الخارج

---

٣٢ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتي المركز يساوي ..........................

أ ٣　　ب ١　　ج ٢　　د صفر

---

٣٣ في الشكل المقابل :

ق ( ⌒ أ ب ) = ١٤٠° ، ق ( ⌒ ج ء ) = ٥٠°

فإن : ق (∠ هـ) = ..........................

أ ٤٥°　　ب ٤٠°

ج ٥٥°　　د ٩٥°

---

٣٤ في الشكل المقابل :

أ ب // ج ء ، ق (∠ ب) = ٤٠°

فإن : ق ( ⌒ ب ء ) = ..........................

أ ٢٠°　　ب ٤٠°

ج ٨٠°　　د ١٦٠°

---

٣٥ قياس الزاوية المركزية = .......................... قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس

أ $\frac{1}{2}$　　ب $\frac{1}{4}$　　ج ٢　　د ١

---

٣٦ مجموعة نقط الدائرة ن ∩ مجموعة النقط داخل الدائرة ن = ..........................

أ الدائرة ن　　ب سطح الدائرة ن　　ج ∅　　د محيط الدائرة ن

---

٣٧ دائرتان م ، ن متماستان من الداخل نصفي قطري الدائرتين ٥سم ، نق سم ، نق > ٥ ، م ن = ٣سم

فإن : نق = .......................... سم

أ ٦　　ب ٨　　ج ٧　　د ٩

---

٣٨ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوي ..........................

أ صفر　　ب واحد　　ج ثلاث　　د عدد لا نهائي

٣٩ أطول الاوتار فى الدائرة يسمى ..........................

(أ) قطر (ب) مماس (جـ) قاطع (د) نصف قطر

---

٤٠ **فى الشكل المقابل :**

إذا كانت : هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{جـ س}}$ ينصف (∠ د جـ هـ)

، ق (∠ س جـ هـ) = ٦٢° فإن : ق (∠ أ) = ..........................

(أ) ٦٢° (ب) ١١٨°

(جـ) ٥٦° (د) ١٢٤°

---

٤١ النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس = ....................

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ١ (د) ١ : ٣

---

٤٢ دائرة طول نصف قطرها (٢س + ٦)سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (س + ٢) سم

حيث س > ٠ فإن المستقيم ل يكون ................

(أ) خارج الدائرة (ب) مماساً للدائرة (جـ) قاطعاً للدائرة (د) ماراً بمركز الدائرة

---

٤٣ إذا كان : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ الدائرة م = {أ ، ب} فإن : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ سطح الدائرة م = ....................

(أ) {أ ، ب} (ب) $\overline{\text{أ ب}}$ (جـ) $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ (د) $\overrightarrow{\text{ب أ}}$

---

٤٤ الزاوية المحيطية التى تقابل قوساً أصغر فى الدائرة تكون ........................

(أ) منعكسة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) حادة

---

٤٥ **فى الشكل المقابل :**

م دائرة فإذا كان : ق (∠ م) − ق (∠ أ) = ٥٠°

فإن : ق (∠ أ) = ..........................

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠°

(جـ) ١٠٠° (د) ١٣٠°

---

٤٦ **فى الشكل المقابل :**

$\overline{\text{أ م}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$ ، م د = د ب

، ق (∠ أ م ب) = ٩٠°

فإن : ق ($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$) = ..........................

(أ) ٤٥° (ب) ٦٠°

(جـ) ٣٠° (د) ٩٠°

---

٤٧ **فى الشكل المقابل :**

د منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$

، ق (∠ أ) = ٥٥° فإن : ق (∠ د م هـ) = ..........................

(أ) ١٢٠° (ب) ١٣٠°

(جـ) ١٣٥° (د) ١٢٥°

٤٨ في الشكل المقابل :

إذا كان : م ء = ٦سم ، م ب = ١٠ سم فإن : أ ب = ............. سم



(أ) ١٠ (ب) ١٦
(ج) ٧ (د) ٤

٤٩ دائرة طول قطرها ١٠سم فإذا كان المستقيم ل قاطعاً للدائرة فإنه يبعد عن مركزها ........... سم

(أ) ١٠ (ب) ٦ (ج) ٧ (د) ٤

٥٠ دائرة م طول قطرها ١٠سم فإذا كان المستقيم ل خارج الدائرة م فإن البعد بين المركز م والمستقيم ل ∈ .......

(أ) {٠ ، ٥} (ب) ]٠ ، ٥[ (ج) [٠ ، ٥[ (د) ]٥ ، ∞[

٥١ إذا كان طول نصف قطر الدائرة م = طول نصف قطر الدائرة ن فإن الدائرتين ..........

(أ) متداخلتان (ب) متباعدتان (ج) متطابقتان (د) متقاطعتان

٥٢ إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة م = ∅ فإن المستقيم ل يكون .............

(أ) قاطعاً للدائرة (ب) خارج الدائرة (ج) خارج الدائرة (د) محور تماثل للدائرة

٥٣ دائرتان طولا نصفي قطريهما ٥ سم ، ٨سم تكونان متماستين إذا كان البعد بين مركزيهما ∈ ..............

(أ) {٣ ، ١٣} (ب) [٣ ، ١٣] (ج) ]٣ ، ١٣[ (د) ]٣ ، ١٣[

٥٤ عدد الدوائر التي يمكن رسمها تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو ...................

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) عدد لا نهائي (د) لا يوجد

٥٥ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ مماسه ، أم = ٥ سم ، ق(ب^) = ٣٠° فإن : طول $\overline{بحـ}$ = ......... سم



(أ) ٥ (ب) ٧
(ج) ٨ (د) ١٠

٥٦ دائرتان م ، ن طولا نصفي قطريهما ٩ سم ، ٤ سم ، م ن = ١٦ سم فإن الدائرتين تكونان ..............

(أ) متماستين من الخارج (ب) متماستين من الداخل
(ج) متقاطعتين (د) متباعدتين

٥٧ $\overline{أب}$ ، $\overline{حـ ء}$ وتران متساويان في الطول في دائرة م ، س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{حـ ء}$ على الترتيب ، م س = ٣سم

فإن : م ص = ............... سم

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) ٦ (ج) ٤ (د) ٣

٥٨ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} فإن الدائرتين م ، ن ..........

(أ) متباعدتان (ب) متحدتا المركز (ج) متقاطعتان (د) متماستان من الخارج

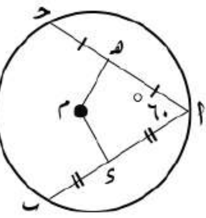
٥٩ لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ..............

(أ) المثلث (ب) المربع (ج) المعين (د) المستطيل

٦٠ عدد محاور تماثل نصف دائرة .......... عدد محاور تماثل مثلث متساوي الساقين

(أ) ⩽ (ب) > (ج) = (د) <

### (١) فى الشكل المقابل :



ق(∠أ) = ٦٠° ، هـ منتصف أحـ

، ء منتصف أب

أوجد : ق(∠ء م هـ)

### البرهان

∵ ء منتصف أب ∴ م ء ⊥ أب ∴ ق(∠م ء أ) = ٩٠°

∵ هـ منتصف أحـ ∴ م هـ ⊥ أحـ ∴ ق(∠م هـ أ) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ ق(∠ء م هـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٦٠° + ٩٠°) = ١٢٠°

### (٢) فى الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز (م)

، أب وتر فى الدائرة الكبرى

، يقطع الدائرة الصغرى فى حـ ، ء

، م هـ ⊥ أب أثبت أن : أحـ = ب ء

### البرهان

فى الدائرة الكبرى : ∵ م هـ ⊥ أب ∴ هـ منتصف أب

∴ أهـ = هـ ب ← (١)

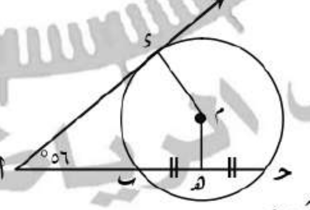
فى الدائرة الصغرى : ∵ م هـ ⊥ حـ ء ∴ هـ منتصف حـ ء

∴ حـ هـ = هـ ء ← (٢)

بطرح (٢) من (١) : أهـ − حـ هـ = هـ ب − هـ ء

∴ أحـ = ب ء

### (٣) فى الشكل المقابل :



أء مماس للدائرة م

، أحـ يقطع الدائرة م

فى ب ، حـ

، ق(∠أ) = ٥٦° أوجد : ق(∠ء م هـ)

### البرهان

∵ أء مماس للدائرة م عند أ ، م ء (نق)

∴ م ء ⊥ أء ∴ ق(∠م ء أ) = ٩٠°

، ∵ هـ منتصف ب حـ

∴ م هـ ⊥ ب حـ ∴ ق(∠م هـ أ) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ ق(∠ء م هـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٥٦° + ٩٠°)

= ٣٦٠° − ٢٣٦° = ١٢٤°

### (٤) فى الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما

١٠سم ، ٦سم على الترتيب

ومتماستان من الداخل فى أ

، أب مماس مشترك لهما عند أ

إذا كانت مساحة سطح : △ب م ن = ٢٤ سم²

فأوجد : طول أب ؟

### البرهان

∵ أب مماس للدائرة م ∴ م أ ⊥ أب

∵ الدائرتان م ، ن متماستان من الداخل

∴ م ن = ١٠ − ٦ = ٤سم

∵ مساحة △ب م ن = ½ × م ن × أب

∴ ٢٤ = ½ × ٤ × أب

∴ أب = ١٢سم

### (٥) فى الشكل المقابل :

م و ⊥ أب ، م هـ ⊥ حـ ء

، و س = هـ ص

أثبت أن :

(١) أب = حـ ء (٢) أو = حـ هـ

### البرهان

∵ م و = م هـ = نق ← (١)

، ∵ س و = ص هـ ← (٢)

بطرح (٢) من (١) ∴ م س = م ص

، ∵ م س ⊥ أب ، م ص ⊥ حـ ء

∴ أب = حـ ء (أولاً)

، ∵ م س ⊥ أب ∴ س منتصف أب

∴ أس = ½ أب

∵ م ص ⊥ حـ ء ∴ ص منتصف حـ ء

∴ حـ ص = ½ حـ ء

، ∵ أب = حـ ء ∴ أس = حـ ص

∴ △△ أس و ، حـ ص هـ فيهما :

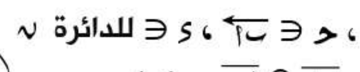
(١) أس = حـ ص

(٢) س و = ص هـ

(٣) ق(∠أس و) = ق(∠حـ ص هـ) = ٩٠°

∴ △ أس و ≡ △ حـ ص هـ وينتج أن : أو = حـ هـ

## ⑥ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، حـ ∈ ب أ ، ء ∈ للدائرة ن

، م ن ∩ أ ب = {و}

، ق(∠م ن ء) = ١٢٥°

، ق(∠حـ) = ٥٥°

أثبت أن : حـ ء مماس للدائرة ن عند ء

### البرهان

∵ م ن خط المركزين ، ∵ أ ب وتر مشترك

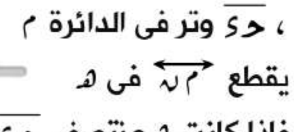
∴ م ن ⊥ أ ب ∴ ق(∠أ و ن) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات الشكل الرباعي الداخلة = ٣٦٠°

∴ ق(∠حـ ء ن) = ٣٦٠° − (٥٥° + ٩٠° + ١٢٥°) = ٩٠°

∴ ن ء ⊥ حـ ء ∴ حـ ء مماس للدائرة ن عند ء

## ⑦ في الشكل المقابل :



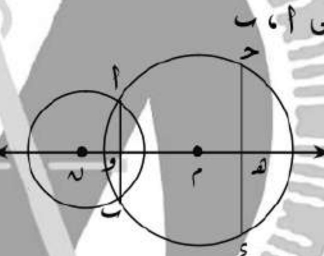
م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، حـ ء وتر في الدائرة م

يقطع م ن في هـ

فإذا كانت هـ منتصف حـ ء

أثبت أن : أ ب // حـ ء



### البرهان

∵ م ن خط المركزين ، ∵ أ ب وتر مشترك

∴ م ن ⊥ أ ب ∴ ق(∠أ و ن) = ٩٠°

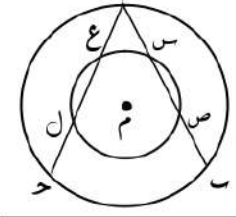
، ∵ هـ منتصف حـ ء ∴ م هـ ⊥ حـ ء

∴ ق(∠حـ هـ م) = ٩٠°

∵ ق(∠حـ هـ م) = ق(∠أ و ن) = ٩٠° "في وضع تناظر"

∴ أ ب // حـ ء

## ⑧ في الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز م

، أ ب = أ حـ

أثبت أن : س ص = ع ل

**العمل** نرسم م ء ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ حـ

**البرهان** في الدائرة الكبرى :

∵ أ ب = أ حـ ، م ء ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ حـ

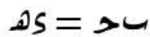
∴ م ء = م هـ

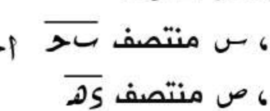
في الدائرة الصغرى :

∵ م ء ⊥ س ص ، م هـ ⊥ ع ل ، م ء = م هـ

∴ س ص = ع ل

## ⑨ في الشكل المقابل :





ب حـ = ء هـ

، س منتصف ب حـ

، ص منتصف ء هـ

أثبت أن : أ ب = أ ء



### البرهان

∵ س منتصف ب حـ ∴ م س ⊥ ب حـ

∵ ص منتصف ء هـ ∴ م ص ⊥ ء هـ

∵ ب حـ = ء هـ ∴ م س = م ص ← ①

في ΔΔ أ س م ، أ ص م فيهما :

① م س = م ص

② أ م ضلع مشترك

③ ق(∠أ س م) = ق(∠أ ص م) = ٩٠°

∴ Δ أ س م ≡ Δ أ ص م وينتج من التطابق أن:

∴ أ س = أ ص ← ②

، ∵ س منتصف ب حـ ∴ ب س = ½ ب حـ

، ∵ ص منتصف ء هـ ∴ ء ص = ½ ء هـ

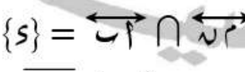
∵ ب حـ = ء هـ ∴ ب س = ء ص ← ③

وبطرح ② ، ③ ∴ أ س − ب س = أ ص − ء ص

∴ أ ب = أ ء

## ⑩ في الشكل المقابل :





م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

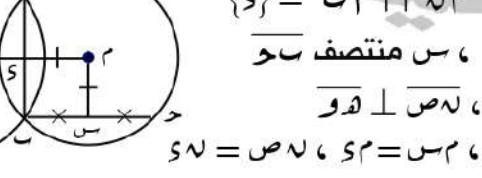
م ن ∩ أ ب = {ء}

، س منتصف ب حـ

، ن ص ⊥ هـ و

، م س = م ء ، ن ص = ن ء

أثبت أن : ب حـ = هـ و





### البرهان

في الدائرة م

∵ س منتصف ب حـ ∴ م س ⊥ ب حـ

∵ م ن خط المركزين ، أ ب وتر مشترك

∴ م ن ⊥ أ ب

∵ م س = م ء ∴ ب حـ = أ ب ← ①

فى الدائرة ن

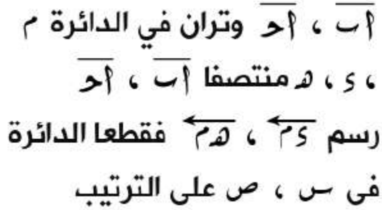
∴ نء ⊥ أب ، نص ⊥ هو ، نء = نص

∵ هو = أب ⟵ ②

من ① ، ② ∴ حب = هو

### ⑪ فى الشكل المقابل :



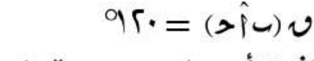


أب ، أح وتران في الدائرة م

، ء ، هـ منتصفا أب ، أح

رسم ءم ، هـم فقطعا الدائرة

فى س ، ص على الترتيب



ق(∠سأح) = ١٢٠°

اثبت أن : △سصم متساوى الأضلاع

### البرهان

∵ ء منتصف أب ∴ مء ⊥ أب ∴ ق(∠أءم) = ٩٠°

∵ هـ منتصف أح ∴ مهـ ⊥ أح ∴ ق(∠أهـم) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات الشكل الرباعى الداخلة = ٣٦٠°

∴ ق(∠ءمهـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ١٢٠°) = ٦٠°

∵ ءس ، هـص متقاطعين فى م

∴ ق(∠ءمهـ) = ق(∠صمس) = ٦٠° بالتقابل بالرأس

، ∵ مس ، مص " انصاف اقطار "

∴ △سصم متساوى الأضلاع

### ⑫ فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

نقطة ح تقع على الدائرة م

نقطة ء تقع على الدائرة ن

ح ∈ مُن ، ء ∈ مُن

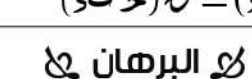
اثبت أن : ق(∠حأء) = ق(∠حبء)

### البرهان

∵ مُن خط المركزين ، أب وتر مشترك

∴ مُن محور تماثل أب ∴ أح = بح ، أء = بء

فى △△ أحء ، بحء



① أح = بح

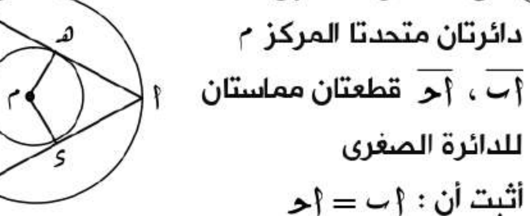
② أء = بء

③ حء ضلع مشترك ∴ △أحء ≡ △بحء



وينتج من التطابق أن : ق(∠حأء) = ق(∠حبء)

### ⑬ فى الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز م

أب ، أح قطعتان مماستان

للدائرة الصغرى

أثبت أن : أب = أح

### البرهان

∵ أح مماس للدائرة م عند هـ ، مهـ نصف قطر

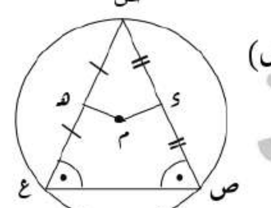
∴ مهـ ⊥ أح

∵ أب مماس للدائرة م عند ء ، مء نصف قطر

∴ مء ⊥ أب

، ∵ مهـ = مء ∴ أب = أح

### ⑭ فى الشكل المقابل :



م دائرة ق(∠سصع) = ق(∠سعص)

، ء منتصف سص

، هـ منتصف سع

أثبت أن : مء = مهـ

### البرهان

فى △سصع ∵ ق(∠ص) = ق(∠ع)

∴ سص = سع

∵ ء منتصف سص ∴ مء ⊥ سص

∵ هـ منتصف سع ∴ مهـ ⊥ سع

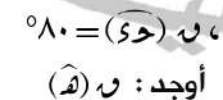
∴ مء = مهـ

### ⑮ فى الشكل المقابل :

أب قطر فى الدائرة م

، أب // حء

، ق(⌒حء) = ٨٠°



أوجد : ق(∠هـ)

### البرهان

∵ أب قطر في الدائرة م

∴ ق(⌒أحب) = ١٨٠° ، ق(⌒حء) = ٨٠°

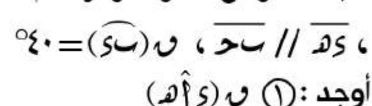
∴ ق(⌒أح) + ق(⌒بء) = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠°

∵ أب // حء ∴ ق(⌒أح) = ق(⌒بء) = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠°

، ∵ (∠هـ) محيطية مقابلة لـ (⌒بء)

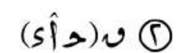
∴ ق(∠هـ) = $\frac{١}{٢}$ ق(⌒بء) = $\frac{١}{٢}$ × ٥٠° = ٢٥°

⑯ **فى الشكل المقابل :**



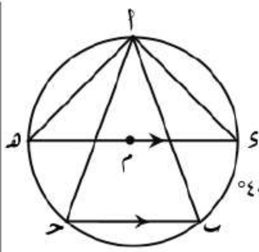
$\overline{ءهـ}$ قطر فى دائرة مركزها م

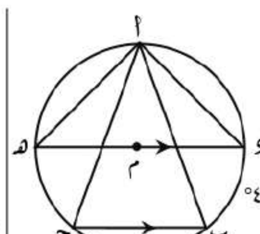
، $\overline{ءهـ}$ // $\overline{بحـ}$ ، ق$(\overset{\frown}{بء})$ = ٤٠°



أوجد :① ق (ء$\hat{أ}$هـ)

② ق(حـ$\hat{أ}$ء)





## البرهان

∵ $\overline{ءهـ}$ قطر فى الدائرة م

∴ ق(ء$\hat{أ}$هـ) = ٩٠° "محيطية مرسومة فى نصف دائرة"

∵ $\overline{ءهـ}$ // $\overline{بحـ}$ ∴ ق$(\overset{\frown}{ءب})$ = ق$(\overset{\frown}{حـهـ})$ = ٤٠°

∵ ق$(\overset{\frown}{ءبهـ})$ = ١٨٠°

∴ ق$(\overset{\frown}{بحـ})$ = ١٨٠° − ٤٠° − ٤٠° = ١٠٠°

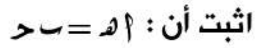
∴ ق$(\overset{\frown}{ءبحـ})$ = ١٠٠° + ٤٠° = ١٤٠°

، ∵ (ء$\hat{أ}$حـ) محيطية مقابلة لـ $(\overset{\frown}{ءبحـ})$

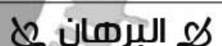
∴ ق(ء$\hat{أ}$حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق$(\overset{\frown}{ءبحـ})$ = $\frac{١}{٢}$ × ١٤٠° = ٧٠°

⑰ **فى الشكل المقابل :**

أبحـء مستطيل مرسوم داخل دائرة



رسم الوتر $\overline{حـهـ}$ بحيث حـهـ = حـء



اثبت أن : أهـ = بحـ

## البرهان

∵ حـء = حـهـ ∴ ق$(\overset{\frown}{حـء})$ = ق$(\overset{\frown}{حـهـ})$ ← ①

∵ أبحـء مستطيل ∴ أب = حـء

∴ ق$(\overset{\frown}{أب})$ = ق$(\overset{\frown}{حـء})$ ← ②

∴ ق$(\overset{\frown}{أب})$ = ق$(\overset{\frown}{حـهـ})$ وبإضافة ق$(\overset{\frown}{بهـ})$ للطرفين

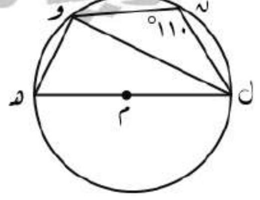
∴ ق$(\overset{\frown}{أبهـ})$ = ق$(\overset{\frown}{حـهـب})$ ∴ أهـ = بحـ

⑱ **فى الشكل المقابل :**

$\overline{لهـ}$ قطر في الدائرة

، ق ($\hat{ن}$) = ١١٠°

أوجد : ق (و$\hat{ل}$هـ)



## البرهان

∵ $\overline{لهـ}$ قطر في الدائرة م

∴ ق(ل$\hat{و}$هـ) = ٩٠° "محيطية مرسومة فى نصف دائرة"

∵ لنوهـ رباعى دائرى ∴ ق($\hat{هـ}$) + ق($\hat{ن}$) = ١٨٠°

∴ ق($\hat{هـ}$) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∴ ق(و$\hat{ل}$هـ) = ١٨٠° − ٩٠° − ٧٠° = ٢٠°

⑲ **فى الشكل المقابل :**

$\overline{صع}$ ∩ $\overline{سل}$ = {هـ}

، هـس = هـص

أثبت أن : هـع = هـل

## البرهان

∵ هـس = هـص ∴ ق($\hat{ص}$) = ق($\hat{س}$) (١)

∵ ق($\hat{ص}$) = ق($\hat{ل}$) محيطيتان مشتركتان فى $(\overset{\frown}{سع})$ (٢)

∵ ق($\hat{س}$) = ق($\hat{ع}$) محيطيتان مشتركتان فى $(\overset{\frown}{صل})$ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

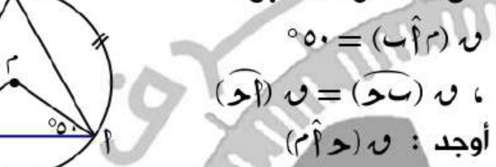
∴ ق($\hat{ل}$) = ق($\hat{ع}$) ∴ هـل = هـع

⑳ **فى الشكل المقابل :**

ق (م$\hat{أ}$ب) = ٥٠°

، ق $(\overset{\frown}{بحـ})$ = ق $(\overset{\frown}{أحـ})$

أوجد : ق (حـ$\hat{أ}$م)



## البرهان

∵ م أ = م ب = نق

∴ ق(م$\hat{ب}$أ) = ق(م$\hat{أ}$ب) = ٥٠°

∴ ق(أ$\hat{م}$ب) = ١٨٠° − ٥٠° − ٥٠° = ٨٠°

∴ ق(أ$\hat{حـ}$ب) = $\frac{١}{٢}$ ق(أ$\hat{م}$ب) = $\frac{١}{٢}$ × ٨٠° = ٤٠°

"محيطية ومركزية مشتركتان فى $(\overset{\frown}{أب})$"

∵ ق $(\overset{\frown}{بحـ})$ = ق $(\overset{\frown}{أحـ})$ ∴ أحـ = حـب

∴ ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{ب}$) = $\frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢}$ = ٧٠°

∴ ق(حـ$\hat{أ}$م) = ٧٠° − ٥٠° = ٢٠°

㉑ **فى الشكل المقابل :**

$\overleftrightarrow{حـء}$ مماس للدائرة عند حـ

، $\overleftrightarrow{حـء}$ // $\overline{أب}$ ، ق (أ$\hat{م}$ب) = ١٢٠°

أثبت أن : Δ حـأب متساوى الأضلاع

## البرهان

∴ ق(أ$\hat{حـ}$ب) = $\frac{١}{٢}$ ق (أ$\hat{م}$ب) = $\frac{١}{٢}$ × ١٢٠° = ٦٠°

"محيطية ومركزية مشتركتان فى $(\overset{\frown}{أب})$"

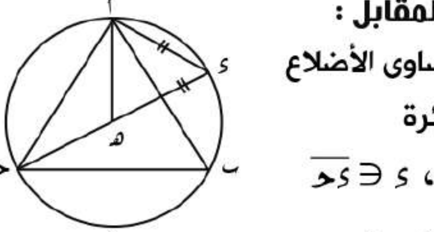
∵ $\overleftrightarrow{حـء}$ // $\overline{أب}$ ∴ ق$(\overset{\frown}{أحـ})$ = ق$(\overset{\frown}{بحـ})$

∴ أحـ = بحـ

∵ ق(أ$\hat{حـ}$ب) = ٦٠° ، أحـ = بحـ

∴ Δ حـأب متساوى الأضلاع

### (٢٢) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع مرسوم داخل دائرة

أخذت ء ∈ $\overset{\frown}{أب}$ ، ء ∈ $\overline{ءحـ}$

بحيث أء = ءهـ أثبت أن : Δ أءهـ متساوى الأضلاع

**البرهان**

∵ Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع

∴ قياس كل زاوية من زوايا = ٦٠° ∴ ق($\hat{ب}$) = ٦٠°

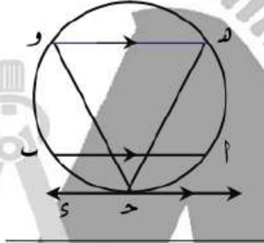
∵ ($\hat{ب}$) ، ($\hat{ء}$) محيطيتان مشتركتان فى القوس ($\overset{\frown}{أحـ}$)

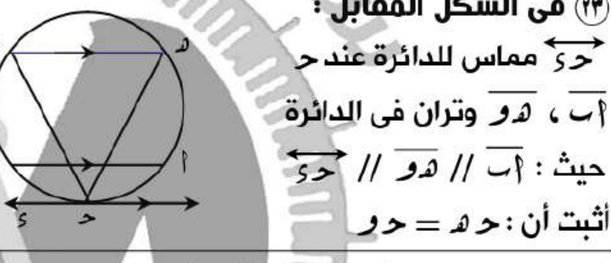
∴ ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{ء}$) = ٦٠°

فى Δ أءهـ ∵ ق(أ$\hat{ء}$هـ) = ٦٠° ، أء = ءهـ

∴ Δ أءهـ متساوى الأضلاع

### (٢٣) فى الشكل المقابل :





$\overleftrightarrow{حـء}$ مماس للدائرة عند حـ

$\overline{أب}$ ، $\overline{هـو}$ وتران فى الدائرة

حيث : $\overline{أب}$ // $\overline{هـو}$ // $\overleftrightarrow{حـء}$

أثبت أن : حـهـ = حـو

**البرهان**

∵ $\overleftrightarrow{حـء}$ // $\overline{هـو}$ ∴ ق($\overset{\frown}{حـهـ}$) = ق($\overset{\frown}{حـو}$)

∴ حـهـ = حـو

### (٢٤) فى الشكل المقابل :

إذا كان $\overleftarrow{حـء}$ مماس للدائرة عند ء

، ق($\hat{حـ}$) = ٤٠°

أوجد : ق($\overset{\frown}{أء}$) ، ق(م$\hat{أ}$ء)

**البرهان**

∵ $\overleftarrow{حـء}$ مماس ∴ $\overline{مء}$ ⊥ $\overleftarrow{حـء}$

∴ ق(م$\hat{ء}$حـ) = ٩٠°

، ∵ (ء$\hat{م}$أ) خارجة عن Δ م ء حـ

∴ ق(ء$\hat{م}$أ) = ق($\hat{حـ}$) + ق(حـ$\hat{ء}$م)

= ٤٠° + ٩٠° = ١٣٠°

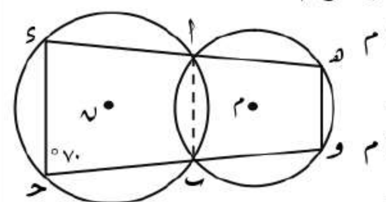
∵ ق($\overset{\frown}{أء}$) = ق(ء$\hat{م}$أ) "قوس مقابل لزاوية مركزية"

∴ ق($\overset{\frown}{أء}$) = ١٣٠° **(أولاً)**

فى Δ م أء ∵ م أ = م ء = نق

∴ ق(م$\hat{ء}$أ) = ق(ء$\hat{أ}$م) = $\frac{١٨٠° - ١٣٠°}{٢}$ = ٢٥° **(ثانياً)**

### (٢٥) فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

رسم $\overleftarrow{أء}$ يقطع الدائرة م فى هـ والدائرة ن فى ء

رسم $\overleftarrow{بحـ}$ يقطع الدائرة م فى و والدائرة ن فى حـ

، ق($\hat{حـ}$) = ٧٠° أوجد : ق($\hat{و}$) أثبت أن : $\overline{حـء}$ // $\overline{هـو}$

**العمل** نرسم $\overline{أب}$

**البرهان**

∵ الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى

∴ ق($\hat{حـ}$) + ق(ب$\hat{أ}$ء) = ١٨٠°

∴ ق(ب$\hat{أ}$ء) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

∵ الشكل أ ب و هـ رباعى دائرى

∴ ق(ب$\hat{أ}$ء) الخارجة = ق($\hat{و}$) الداخلة المقابلة

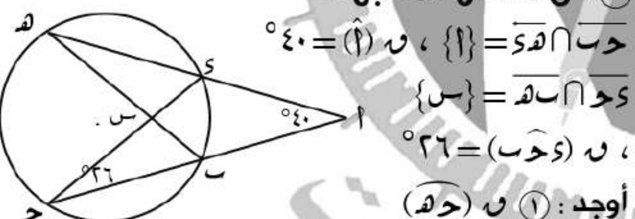
∴ ق($\hat{و}$) = ١١٠° **(أولاً)**

∴ ق($\hat{و}$) + ق($\hat{حـ}$) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠°

وهما زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع $\overleftrightarrow{وحـ}$

∴ $\overline{حـء}$ // $\overline{هـو}$ **(ثانياً)**

### (٢٦) فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{حـب}$ ∩ $\overleftarrow{هـء}$ = {أ} ، ق($\hat{أ}$) = ٤٠°

$\overline{ءحـ}$ ∩ $\overline{بهـ}$ = {س}

، ق($\overset{\frown}{ءب}$) = ٣٦°

أوجد : (١) ق($\overset{\frown}{حـهـ}$)

(٢) ق(هـ$\hat{ب}$حـ) (٣) ق(هـ$\hat{س}$حـ)

**البرهان**

∵ (حـ$\hat{ء}$هـ) خارجه عن Δ أءحـ

∴ ق(حـ$\hat{ء}$هـ) = ٤٠° + ٣٦° = ٦٦°

∴ ق($\overset{\frown}{حـهـ}$) = ١٣٢° مقابل لزاوية محيطية (حـ$\hat{ء}$هـ)

∴ ق(حـ$\hat{ب}$هـ) = ق(حـ$\hat{ء}$هـ) = ٦٦°

"محيطيتان مشتركتان فى ($\overset{\frown}{حـهـ}$)"

∴ ق($\overset{\frown}{بء}$) = ٢ × ٣٦° = ٥٢°

"مقابل لـ (ء$\hat{حـ}$ب) المحيطية"

∴ ق(هـ$\hat{س}$حـ) = $\frac{٥٢° + ١٣٢°}{٢}$ = ٩٢°

### ㉗ في الشكل المقابل :

م دائرة، ق(∠ب م ج) = ١١٠°

، ق(∠أ ب ء) = ١٢٠°

أوجد : ق(∠أ ج م)

### البرهان

∵ ق(∠ب أ ج) = ½ ق(∠ب م ج) = ١١٠° / ٢ = ٥٥°

محيطية ومركزية مشتركتان في (ب ج⌢)

، ∵ (∠ء ب أ) خارجة عن Δ أ ب ج

∴ ق(∠ج) = (∠ء ب أ) − ق(∠أ) = ١٢٠° − ٥٥° = ٦٥°

∵ م ب = م ج = نق

∴ ق(∠م ب ج) = ق(∠م ج ب) = (١٨٠° − ١١٠°) / ٢ = ٣٥°

∴ ق(∠أ ج م) = ٦٥° − ٣٥° = ٣٠°

### ㉘ في الشكل المقابل :

أب ، جء وتران متوازيان في الدائرة

، طول نصف قطرها ١٥ سم

، ق(∠ج م أ) = ٨٠°

طول (أج⌢) = طول (أب⌢)

أوجد : ق(∠م أ ب) ، ق(جء⌢) وطول جء⌢

### البرهان

∵ ق(أج⌢) = ق(∠ج م أ) = ٨٠°

"قوس مقابل لزاوية مركزية"

∵ طول (أج⌢) = طول (أب⌢)

∵ ق(أج⌢) = ق(أب⌢) = ٨٠°

∴ ق(∠أ م ب) = ٨٠° ، ∵ م أ = م ب

∴ ق(∠م أ ب) = ق(∠م ب أ) = (١٨٠° − ٨٠°) / ٢ = ٥٠°

∵ جء // أب ∵ ق(أج⌢) = ق(بء⌢) = ٨٠°

∴ ق(جء⌢) = ٣٦٠° − (٨٠° + ٨٠° + ٨٠°) = ١٢٠°

∴ طول جء⌢ = (١٢٠° / ٣٦٠°) × ٢ × (٢٢ / ٧) × ١٥ = ٣١,٤ سم

### ㉙ في الشكل المقابل :

ق(∠أ ب هـ) = ١٠٠°

، ق(∠ج أ ء) = ٤٠°

أثبت أن : ق(جء⌢) = ق(أء⌢)

### البرهان

∵ أ ب ج ء رباعي دائري

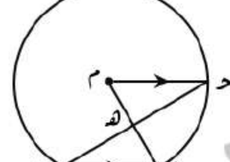
∴ ق(∠أ ب هـ) الخارجة = ق(∠ء) الداخلة المقابلة

∴ ق(∠أ ب هـ) = ق(∠ء) = ١٠٠°

∴ ق(∠أ ج ء) = ١٨٠° − ١٠٠° − ٤٠° = ٤٠°

∴ ق(∠ء أ ج) = ق(∠ء ج أ) ∴ ق(جء⌢) = ق(أء⌢)

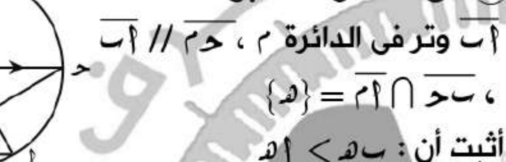
### ㉚ في الشكل المقابل :



أب وتر في الدائرة م ، جم // أب

، بج ∩ أم = {هـ}

أثبت أن : ب هـ > أ هـ



### البرهان

∵ ق(∠أ ب ج) = ½ ق(∠ج م أ) = ٦٠° / ٢ = ٣٠° ← ①

محيطية ومركزية مشتركتان في (أج⌢)

∵ م ج // أب ، أم قاطع لهما

∴ ق(∠م أ ب) = ق(∠أ م ج) = ٦٠° بالتبادل ← ②

من ① ، ② ∴ ق(∠هـ أ ب) > ق(∠هـ ب أ)

وبالتالي فإن : ∴ ب هـ > أ هـ

### ㉛ في الشكل المقابل :

م دائرة

، أم = أج = ب ج



أثبت أن : أب↔ مماس للدائرة عند أ

### البرهان

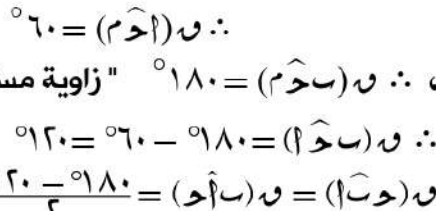
∵ أم = أج = ج م ∴ Δ أ ج م متساوي الأضلاع

∴ ق(∠أ ج م) = ٦٠°

، ∴ ق(∠ب ج م) = ١٨٠° "زاوية مستقيمة"

∴ ق(∠ب ج أ) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠° ، ج ب = ج أ

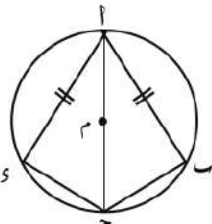
ق(∠ج ب أ) = ق(∠ب أ ج) = (١٨٠° − ١٢٠°) / ٢ = ٣٠°



∴ ق(∠ب أ م) = ٦٠° + ٣٠° = ٩٠°

∴ أب↔ مماس للدائرة م عند أ

**٣٢) في الشكل المقابل :**



أحـ قطر في الدائرة م

، أب = أء

أثبت أن : ق(بحـ⌒) = ق(حـء⌒)

**البرهان**

∵ أحـ قطراً في الدائرة م

∴ ق(أبحـ⌒) = ق(أءحـ⌒) ← ①

، ∵ أب = أء ∴ ق(أب⌒) = ق(أء⌒) ← ②

من ① ، ② وبالطرح : ∴ ق(بحـ⌒) = ق(حـء⌒)

**٣٣) في الشكل المقابل :**

أبحـء شكل رباعي

، أب = أء ، ق(∠أبء) = ٣٠°

، ق(∠ءحـهـ) = ١٢٠°

أثبت أن : الشكل أبحـء رباعي دائري

**البرهان**

∵ أب = أء ∴ ق(∠أءب) = ق(∠أبء) = ٣٠°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∴ ق(∠ءأب) = ق(∠ءحـهـ) ، ∵ ق(∠ءحـهـ) خارجة عنه

∴ الشكل أبحـء رباعي دائري

**٣٤) في الشكل المقابل :**

أبحـء شكل رباعي دائري

تقاطع قطراه في و

، س ∈ أو ، ص ∈ ءو

حيث : س ص // أء

أثبت أن : الشكل س ص حـ ب رباعي دائري

**البرهان**

∴ ق(∠أءب) = ق(∠بحـأ) ← ①

" وهما مرسومتان على القاعدة أب وفي جهة واحدة"

∵ س ص // أء

∴ ق(∠أءب) = ق(∠س ص ب) بالتناظر ← ②

من ① ، ② ∴ ق(∠س ص ب) = ق(∠س حـ ب)

" وهما مرسومتان على القاعدة س ب وفي جهة واحدة"

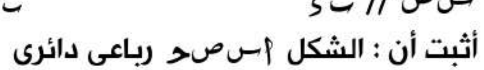
∴ الشكل س ص حـ ب رباعي دائري

**٣٥) في الشكل المقابل :**

ب ء مماس للدائرة عند ب

، س ∈ أب ، ص ∈ ب حـ

س ص // ب ء



أثبت أن : الشكل أ س ص حـ رباعي دائري

**البرهان**

∵ س ص // ب ء ، أب قاطع لهما

∴ ق(∠ء ب س) = ق(∠ص س ب) بالتبادل ← ①

∴ ق(∠ء ب أ) = ق(∠حـ) ← ②

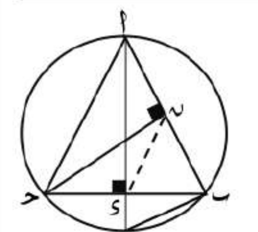
محيطية ومماسية مشتركتان في (أب⌒)

من ① ، ② ∴ ق(∠ص س ب) = ق(∠حـ)

∵ (∠ص س ب) خارجة عن الشكل أ س ص حـ

∴ أ س ص حـ رباعي دائري

**٣٦) في الشكل المقابل :**



أء ⊥ ب حـ ، حـ ن ⊥ أب

أثبت أن :

① الشكل أ ن ء حـ رباعي دائري

② ق(∠حـ ن ء) = ق(∠هـ ب حـ)

**البرهان**

∵ أء ⊥ ب حـ ∴ ق(∠أءحـ) = ٩٠°

∵ حـ ن ⊥ أب ∴ ق(∠أ ن حـ) = ٩٠°

∵ ق(∠أءحـ) = ق(∠أ ن حـ)

" وهما مرسومتان على القاعدة أحـ وفي جهة واحدة"

∴ الشكل أ ن ء حـ رباعي دائري

ومن الشكل الرباعي الدائري أ ن ء حـ

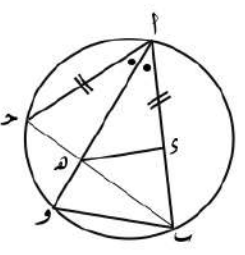
∴ ق(∠ء ن حـ) = ق(∠ء أ حـ) ← ①

∵ ق(∠هـ ب حـ) = ق(∠ء أ حـ) ← ②

"محيطيتان مشتركتان في (حـ هـ⌒)"

من ① ، ② ∴ ق(∠ء ن حـ) = ق(∠هـ ب حـ)

**(٣٧) في الشكل المقابل :**



أء = أحـ ، أو ينصف (ب أ حـ)

**أثبت أن :**

(١) ءهـ = هـ حـ

(٢) الشكل ءب و هـ رباعي دائري



**البرهان**

في ∆∆ أءهـ ، أحـ هـ فيهما :

(١) ق(ء أ هـ) = ق(هـ أ حـ)
(٢) أء = أحـ
(٣) أهـ ضلع مشترك ∴ ∆ أءهـ ≡ ∆ أحـ هـ

وينتج من التطابق أن : ءهـ = هـ حـ (أولاً)

∵ ق(حـ) = ق(و) ⟵ (١)

"محيطيتان مشتركتان في (أب)"

∵ ق(حـ) = ق(أءهـ) ⟵ (٢) "من التطابق"

∴ ق(أءهـ) = ق(و)

∵ (أءهـ) خارجة عن الشكل ءب هـ و

∴ أس ص حـ رباعي دائري (ثانياً)

**(٣٨) في الشكل المقابل :**

∆ أس ص فيه :

ق(أ) = ٦٠°

، س ء ينصف (أ س ص)

، ص ب ينصف (أ ص س)

**أثبت أن :** الشكل أب حـ ء رباعي دائري

**البرهان**

في ∆ أس ص

∵ ق(س) + ق(ص) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

، ∵ س ء ينصف (س) ، ∵ ص ب ينصف (ص)

∴ ق(حـ س ص) + ق(حـ ص س) = ٦٠°

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = ١٨٠°

∴ ق(س حـ ص) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∵ ب ص ، س ء متقاطعين في حـ

∴ ق(ب حـ ء) = ق(س حـ ص) = ١٢٠° بالتقابل بالرأس

∴ ق(أ) + ق(ب حـ ء) = ١٨٠°

وهما زاويتان متقابلتين متكاملتين

∴ أب حـ ء رباعي دائري

**(٣٩) في الشكل المقابل :**

أب = أء

، ق(ء أ ب) = ٨٠°

، ق(أ حـ ب) = ٥٠°

**أثبت أن :** الشكل أب حـ ء رباعي دائري

**البرهان**

∵ أب = أء

∴ ق(أ ب ء) = ق(أ ء ب) = (١٨٠° − ٨٠°) ÷ ٢ = ٥٠°

∵ ق(أ ء ب) = ق(أ حـ ب) = ٥٠°

وهما مرسومتان على القاعدة أب وفي جهة واحدة

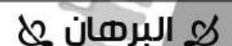
∴ الشكل أب حـ ء رباعي دائري

**(٤٠) في الشكل المقابل :**

أس ينصف (ب أ حـ)

، ء ص ينصف (ب ء حـ)

**أثبت أن :** الشكل أس ص ء رباعي دائري



**البرهان**

∵ ق(ب أ حـ) = ق(ب ء حـ)

"محيطيتان مشتركتان في (ب حـ)"

∵ أس ينصف (ب أ حـ) ، ∵ ء ص ينصف (ب ء حـ)

∴ ½ ق(أ) = ½ ق(ء)

∴ ق(س أ ص) = ق(ص ء س)

وهما مرسومتان على القاعدة س ص وفي جهة واحدة

∴ الشكل أس ص ء رباعي دائري

**(٤١) في الشكل المقابل :**

أء // ب حـ ، ق(ب) = ٨٠°

، حـ و ينصف (ء حـ هـ)

، ق(و حـ هـ) = ٥٠°

**أثبت أن :** الشكل أب حـ ء رباعي دائري

**البرهان**

∵ حـ و ينصف (ء حـ هـ)

∴ ق(ء حـ هـ) = ٢ × ٥٠° = ١٠٠°

، ∵ أء // حـ هـ ، حـ ء قاطع لهما

∴ ق(ء) + ق(ء حـ هـ) = ١٠٠° بالتبادل

∵ ق(ب) + ق(ء) = ١٨٠° ∴ أب حـ ء رباعي دائري

**(٤٢) فى الشكل المقابل :**

أب قطر ، ء ∈ أب

، ءح مماساً للدائرة عند ح

، هـ ∈ حب بحيث ءهـ = ءح

أثبت أن : الشكل أحءهـ رباعى دائرى

**البرهان**

∴ ق(ءحب) = ق(حأب) ← (١)

" مماسية ومحيطية مشتركتان فى (ب ح) "

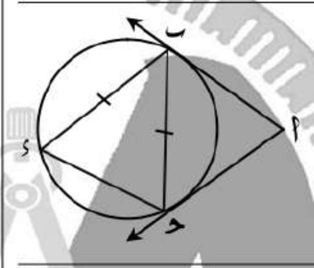
، ∵ حء = ءهـ ∴ ق(ءحب) = ق(ءهـب) ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق(حأب) = ق(ءهـب)

وهما مرسومتان على القاعدة حء وفى جهة واحدة

∴ أحءهـ رباعى دائرى

**(٤٣) فى الشكل المقابل :**



أب ، أح مماسان للدائرة

، ق(ب أ ح) = ٧٠°

، ب ح = ب ء

اوجد : ق(أب ء)

**البرهان**

∵ أب ، أح مماسان للدائرة ∴ أب = أح

∴ ق(أب ح) = ق(أح ب) = $\frac{١٨٠° - ٧٠°}{٢}$ = ٥٥°

∵ ق(ء) = ق(أب ح) = ٥٥°

" مماسية ومحيطية مشتركتان فى (ب ح) "

، ∵ ب ح = ب ء ∴ ق(ب ح ء) = ق(ء) = ٥٥°

∴ ق(ح ب ء) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∴ ق(أب ء) = ٥٥° + ٧٠° = ١٢٥°

**(٤٤) فى الشكل المقابل :**

م ، ن دائرتان

متقاطعتان فى أ ، ب

، حء يمر بالنقطة ب

أثبت أن :

الشكل أوسهـ رباعى دائرى

**العمل** نرسم أب

**البرهان**

فى الدائرة م ∵ هـحبأ رباعى دائرى

∴ ق(س هـ أ) الخارجة = ق(ح ب أ) الداخلة المقابلة

فى الدائرة ن ∵ أب ء و رباعى دائرى

∴ ق(س و أ) الخارجة = ق(أب ء) الداخلة المقابلة

∵ ق(ح ب أ) + ق(أب ء) = ١٨٠°

∴ ق(س هـ أ) + ق(س و أ) = ١٨٠°

∴ أوسهـ رباعى دائرى

**(٤٥) فى الشكل المقابل :**

أب حء متوازى أضلاع ، هـ ∈ ب ح

بحيث أب = أهـ

، ق(ب أ هـ) = ٤٠° أوجد :

أولاً : ق(أهـ ب) ، ق(ء)

ثانيا: أثبت أن الشكل أهـحء رباعى دائرى

**البرهان**

∵ أب = أهـ

∴ ق(أب هـ) = ق(أهـ ب) = $\frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢}$ = ٧٠°

∵ أب حء متوازى أضلاع

∴ ق(ء) = ق(أب هـ) = ٧٠°

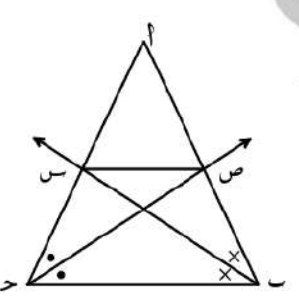
∵ ق(أهـ ح) خارجة عن Δ أب هـ

∵ ق(أهـ ح) = ٤٠° + ٧٠° = ١١٠°

∴ ق(أهـ ح) + ق(ء) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠°

∴ أهـحء رباعى دائرى

**(٤٦) فى الشكل المقابل :**



أب ح مثلث فيه أب = أح

، ب س ينصف (ب)

ويقطع أح فى س

، ح ص وينصف (ح)

ويقطع أب فى ص

أثبت أن : (١) الشكل ب ح س ص رباعى دائرى

(٢) ب ح // ص س

**البرهان**

∵ أب = أح ∴ ق(ب) = ق(ح)

∵ ب س ينصف (ب) ، ح ص ينصف (ح)

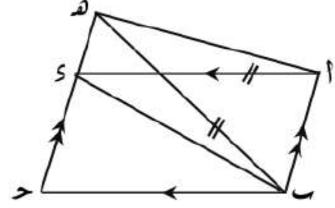
∴ $\frac{١}{٢}$ ق(ب) = $\frac{١}{٢}$ ق(ح)

∴ ق(∠س بَ ص) = ق(∠ص حَ س)

وهما مرسومتان على القاعدة $\overline{\text{س ص}}$ وفى جهة واحدة

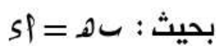
∴ ب حـ س ص رباعى دائرى

٤٧ **فى الشكل المقابل :**




أ ب حـ ى متوازى أضلاع

، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ى}}$



بحيث : ب هـ = أ ى

أثبت أن : الشكل أ ب ى هـ رباعى دائرى

**البرهان**

∵ أ ب حـ ى متوازى أضلاع

∴ ق(∠أ) = ق(∠حـ) ⟵ ①

∵ أ ى = ب هـ ، أ ى = ب حـ ∴ ب هـ = ب حـ

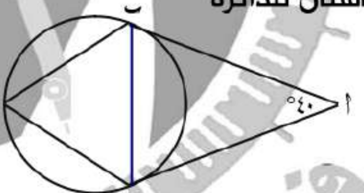
∴ ق(∠حـ) = ق(∠ب هـ حـ) ⟵ ②

من ① ، ② ∴ ق(∠أ) = ق(∠ب هـ حـ)

وهما مرسومتان على القاعدة $\overline{\text{ب ى}}$ وفى جهة واحدة

∴ أ ب ى هـ رباعى دائرى

٤٨ **فى الشكل المقابل :**




$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة

عند ب ، حـ

، ق(∠أ) = ٤٠°

اوجد : ق(∠ب ى حـ)

**البرهان**

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ قطعتان مماستان عند ب ، حـ

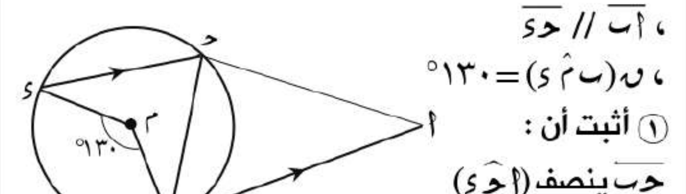
∴ أ ب = أ حـ

∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠أ حـ ب) = $\frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢}$ = ٧٠°

∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠ب ى حـ) = ٧٠°

"محيطية ومماسية مشتركتان فى (ب حـ)"

٤٩ **فى الشكل المقابل :**




$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة م

، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ى}}$

، ق(∠ب م ى) = ١٣٠°

① أثبت أن :

$\overrightarrow{\text{حـ ب}}$ ينصف (∠أ حـ ى)

② اوجد : ق(∠أ)

**البرهان**

∵ ق(∠ب حـ ى) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠ب م ى) = ٦٥°

"محيطية ومركزية مشتركتان فى (ب ى)"

، ∵ $\overline{\text{حـ ى}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

∴ ق(∠ب حـ ى) = ق(∠أ ب حـ) = ٦٥° بالتبادل ⟵ ①

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ قطعتان مماستان عند ب ، حـ

∴ أ ب = أ حـ

∴ ق(∠أ حـ ب) = ق(∠أ ب حـ) = ٦٥° ⟵ ②

∴ $\overrightarrow{\text{حـ ب}}$ ينصف (∠أ حـ ى)

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = ١٨٠°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − ٦٥° − ٦٥° = ٥٠°

٥٠ **فى الشكل المقابل :**

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة م

$\overline{\text{م أ}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ نصفى قطرين فيهما



، ق(∠م أ ب) = ٣٠° ، س ∈ (أ ب)

أوجد:

ق(∠أ م ب) ، ق(∠أ حـ ب) ، ق(∠أ س ب) ، ق(أ حـ ب)

**البرهان**

∵ م أ = م ب "أنصاف أقطار"

∴ ق(∠م أ ب) = ق(∠م ب أ) = ٣٠°

∴ ق(∠أ م ب) = ١٨٠° − ٣٠° − ٣٠° = ١٢٠°

∴ ق(∠أ حـ ب) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠أ م ب) = $\frac{١٢٠°}{٢}$ = ٦٠°

"محيطية ومركزية مشتركتان فى (أ ب)"

∵ أ س ب حـ رباعى دائرى

∴ ق(∠أ س ب) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∴ ق(أ حـ ب) = ٢ق(∠أ س ب) = ٢ × ١٢٠° = ٢٤٠°

٥١ **فى الشكل المقابل :**

سأ ، سب مماسان

للدائرة عند أ ، ب

، ق(حـ) = ١١٠°

، ق(س) = ٤٠°

اثبت أن :

(١) أب ينصف (س أ ء)

(٢) أء // سب

### البرهان

∵ سأ ، سء قطعتان مماستان عند أ ، ب

∴ سأ = سب

∴ ق(س أ ب) = ق(أ ب س) = (١٨٠° − ٤٠°) / ٢ = ٧٠°

∴ أءحـب رباعى دائرى

∴ ق(ء أ حـ) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∴ أب ينصف (س أ ء)

، ∵ ق(حـ ب س) = ق(س) = ١٤٠° + ٤٠° = ١٨٠°

وهما فى وضع تداخل

∴ أء // سب

٥٢ **فى الشكل المقابل :**

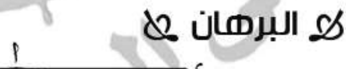
أب = أحـ

، ءأ ، ءب مماسان للدائرة

اثبت أن :



أحـ مماس للدائرة المارة برءوس Δ أبء



### البرهان



∵ ءأ ، ءب مماسان للدائرة

∴ ءأ = ءب ∴ ق(١) = ق(٢)

، ∵ ق(١) = ق(٤)

"مماسية ومحيطية مشتركتان فى (أب)"

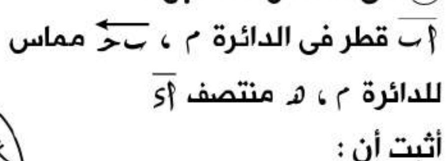
، ∵ أب = أحـ ∴ ق(٣) = ق(٤)

، ∵ ق(١) = ق(٤) ∴ ق(٢) = ق(٣)

∴ ق(ء) = ق(ب أ حـ)

∴ أحـ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أبء

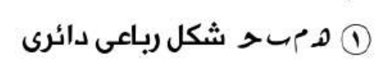
٥٣ **فى الشكل المقابل :**



أب قطر فى الدائرة م ، بحـ مماس

للدائرة م ، هـ منتصف أء

أثبت أن :



(١) هـ م ب حـ شكل رباعى دائرى

(٢) ق(ب أ س) = ١/٢ ق(حـ)

### البرهان

∵ بحـ مماس للدائرة عند ب ، ∴ مب نصف قطر

∴ مب ⊥ بحـ ∴ ق(م ب حـ) = ٩٠°

، ∵ هـ منتصف أء ∴ مهـ ⊥ أء

∴ ق(م هـ ء) = ٩٠°

∴ ق(م ب حـ) + ق(م هـ ء) = ١٨٠°

∴ هـ م ب حـ رباعى دائرى

∵ ق(س م حـ) الخارجة = ق(حـ) الداخلة ← (١)

، ∵ ق(س أ ب) = ١/٢ ق(س م ب) ← (٢)

"محيطية ومركزية مشتركتان فى (س ب)"

من (١) ، (٢) ∴ ق(ب أ س) = ١/٢ ق(حـ)

٥٤ **فى الشكل المقابل :**

أبحـء متوازى أضلاع فيه :

أحـ = بحـ

أثبت أن :

حـء مماس للدائرة الخارجة للمثلث أبحـ

### البرهان

∵ أحـ = حـب

∴ ق(حـ أ ب) = ق(حـ ب أ) ← (١)

∴ ءحـ // أب

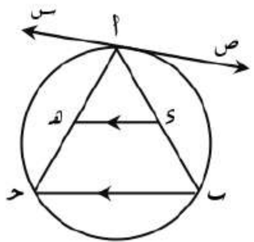
∴ ق(حـ أ ب) = ق(ء حـ أ) بالتبادل ← (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق(ء حـ أ) = ق(حـ أ ب)

∴ حـء مماس للدائرة الخارجة للمثلث أبحـ

⑤⑤ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

أس↔ مماساً للدائرة عند أ

ءهـ // ب حـ أثبت أن :

أس↔ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ء ، هـ

### البرهان

∵ ءهـ // ب حـ ∴ ق(∠حـ) = ق(∠ءهـأ) بالتناظر ← ①

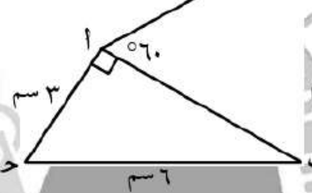
، ∵ ق(∠ص أ ب) = ق(∠حـ) ← ②

"مماسية ومحيطية مشتركتان فى (أب⌒)"

من ① ، ② ∴ ق(∠ص أ ء) = ق(∠أ هـ ء)

∴ أس↔ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ء ، هـ

⑤⑥ **فى الشكل المقابل :**



ق(∠ب أ حـ) = ٩٠°

، أحـ = ٣سم ، ب حـ = ٦سم

، ق(∠ب أ ء) = ٦٠°

أثبت أن : أء→ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب حـ

### البرهان

∵ Δ ب أ حـ قائم الزاوية فى أ

، ∵ أحـ = ٣ سم ، ب حـ = ٦ سم ∴ أحـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ

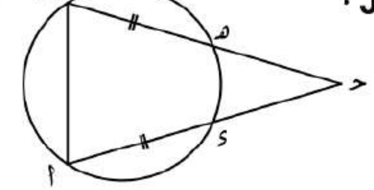
∴ ق(∠ب) = ٣٠°

∴ ق(∠حـ) = ١٨٠° − ٩٠° − ٣٠° = ٦٠°

∵ ق(∠ب أ ء) = ق(∠حـ)

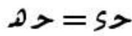
∴ أء→ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب حـ

⑤⑦ **فى الشكل المقابل :**



هـ ب = ء أ

أثبت أن :



حء = حهـ

### البرهان

∵ هـ ب = ء أ

∴ ق(هـب⌒) = ق(ءأ⌒) وبإضافة ق(هـء⌒)

∴ ق(هـءأ⌒) = ق(ءهـب⌒) ∴ ق(∠أ) = ق(∠ب)

، ∵ أب = ب حـ ← ① ∴ هـ ب = ء أ ← ②

وبالطرح ∴ حهـ = حء

⑤⑧ **فى الشكل المقابل :**

أب قطر فى الدائرة م

، ق(∠حـ أ ب) = ٣٠°

، ء منتصف أحـ⌒

، ءب ∩ أحـ = {هـ}

① أوجد : ق(∠ب ء حـ) ، ق(أء⌒)

② أثبت أن : أب // حـء

### البرهان

∵ ق(∠ب ء حـ) = ق(∠حـ أ ب) = ٣٠°

"محيطيتان مشتركتان فى (ب حـ⌒)"

∴ ق(ب حـ⌒) = ٢ق(∠حـ أ ب) = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

، ∵ أب قطر فى الدائرة م ∴ ق(أءب⌒) = ١٨٠°

∴ ق(أءحـ⌒) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

، ∵ ء منتصف (أحـ⌒)

∴ ق(أء⌒) = ق(ءحـ⌒) = $\frac{١٢٠°}{٢}$ = ٦٠°

∴ ق(∠ءحـأ) = $\frac{1}{2}$ ق(أء⌒) = $\frac{٦٠°}{٢}$ = ٣٠°

∵ ق(∠ءحـأ) = ق(∠حـ أ ب) = ٣٠° وهما فى وضع تبادل

∴ أب // حـء

⑤⑨ **فى الشكل المقابل :**

Δ أ ب حـ مرسوم خارج الدائرة م

التى تمس أضلاعه

أب ، ب حـ ، أحـ

فى ء ، هـ ، و على الترتيب

، أء = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم

، حو = ٣سم أوجد : محيط Δ أ ب حـ

### البرهان

∵ أء ، أهـ قطعتان مماستان عند ء ، هـ

∴ أء = أهـ = ٥سم

∵ أء ، أهـ قطعتان مماستان عند ء ، و

∴ بء = بو = ٤ سم

∵ حو ، حهـ قطعتان مماستان عند و ، هـ

∴ حو = حهـ = ٣ سم

∴ محيط Δ أ ب حـ = أب + ب حـ + أحـ

= ٩ + ٧ + ٨ = ٢٤سم

⑥٠ **في الشكل المقابل :**

أب ، أح قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، ح

، ق(∠أ) = ٧٠°

، ق(∠ح ء هـ) = ١٢٥°

أثبت أن : (١) ب ح ينصف ق(∠أ ب هـ) (٢) ح ب = ح هـ

### البرهان

∵ أب ، أح قطعتان مماستان عند ب ، ح

∴ أب = أح

∴ ق(∠أ ب ح) = ق(∠أ ح ب) = (١٨٠° − ٧٠°) ÷ ٢ = ٥٥°

∵ ب ح ء هـ رباعي دائري

∴ ق(∠ح ب هـ) + ق(∠ء) = ١٨٠°

∴ ق(∠ح ب هـ) = ١٨٠° − ١٢٥° = ٥٥°

∴ ق(∠أ ب ح) = ق(∠ح ب هـ) = ٥٥°

∴ ب ح ينصف (∠أ ب هـ)

∵ ق(∠ب هـ ح) = ق(∠أ ح ب) = ٥٥°

"محيطية ومركزية مشتركتان في (ب ح)"

∴ ق(∠ح ب هـ) = ق(∠ح هـ ب) ∴ ح ب = ح هـ

⑥١ **في الشكل المقابل :**

أب قطر في دائرة م

، ق(ب ء) = ق(ح ء)

، ق(∠ب ء ح) = ١٤٠°

أوجد : (١) ق(∠أ ب ح)

(٢) ق(∠أ ب ء)

### البرهان

∵ أ ب ء ح رباعي دائري ∴ ق(∠أ) + ق(∠ح ء ب) = ١٨٠°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − ١٤٠° = ٤٠°

، ∵ أب قطر في الدائرة م

∴ ق(∠أ ح ب) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴ ق(∠أ ب ح) = ١٨٠° − ٩٠° − ٤٠° = ٥٠°

∴ ق(ح ء) = ق(ء ب) ∴ ح ء = ء ب

∴ ق(∠ء ب ح) = ق(∠ء ح ب) = (١٨٠° − ١٤٠°) ÷ ٢ = ٢٠°

∴ ق(∠أ ب ء) = ٥٠° + ٢٠° = ٧٠°

⑥٢ **في الشكل المقابل :**

أب قطر في دائرة م

، ح هـ مماس للدائرة عند ح

رسم هـ ء ⊥ أب

بحيث : هـ ء ∩ ح ب = {و}

أثبت أن :

(١) الشكل أ ء و ح رباعي دائري

(٢) المثلث هـ ح و متساوي الساقين

### البرهان

∵ ق(∠أ ح ب) = ٩٠° " مرسومة في نصف دائرة"

، ∵ هـ ء ⊥ أب ∴ ق(∠و ء ب) = ٩٠°

∵ ق(∠ب ء و) الخارجة = ق(∠ح) الداخلة المقابلة

∴ أ ء و ح رباعي دائري

∵ ق(∠هـ ح ب) = ق(∠ح أ ب) ⟵ (١)

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (ح ب)"

ومن الشكل الرباعي الدائري أ ء و ح

∴ ق(∠هـ ح ب) = ق(∠هـ و ح) ⟵ (٢)

من (١) ، (٢) ∴ Δ هـ ح و متساوي الساقين

⑥٣ **في الشكل المقابل :**

أح قطر في دائرة م

، ق(∠ح) = ٥٠°

، ق(∠أ ب ء) = ٦٠°

أوجد بالبرهان :

ق(∠ح ب ء) ، ق(∠ب أ ء)

### البرهان

∵ أح قطر في الدائرة م

∴ ق(∠ح ب أ) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴ ق(∠ح ب ء) = ٩٠° − ٦٠° = ٣٠°

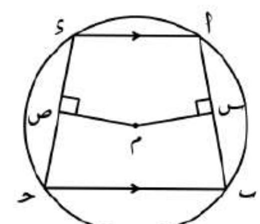
∴ ق(∠ب أ ح) = ١٨٠° − ٩٠° − ٥٠° = ٤٠°

∵ ق(∠ح ب ء) = ق(∠ح أ ء) = ٣٠°

"محيطيتان مشتركتان في (ح ء)"

∴ ق(∠ب أ ء) = ٤٠° + ٣٠° = ٧٠°

٦٤ **فى الشكل المقابل :**




دائرة م فيها :

أء // بحـ

م س ⊥ أب ، م ص ⊥ ءحـ



**أثبت أن :** م س = م ص

**البرهان**

∵ أء // بحـ

∴ ق(أب) = ق(ءحـ) ∴ أب = ءحـ ⟵ ①

، ∵ م س ⊥ أب ، م ص ⊥ ءحـ ⟵ ②

∴ م س = م ص

٦٥ **فى الشكل المقابل :**

س ص ، س ع مماسان للدائرة عند ص ، ع

، ص ع = ل ع

، ق (ل) = ٧٠°

① أوجد بالبرهان : ق (س)

② أثبت أن : س ع // ص ل

**البرهان**

∵ ق(ص ع س) = ق(ص ل ع) = ٧٠°

"مماسية ومحيطية مشتركتان فى (ص ع)"

∵ س ص ، س ع مماسان للدائرة عند ص ، ع

∴ س ص = س ع

∵ ق (س ص ع) = ق(س ع ص) = ٧٠°

∴ ق (س) = ١٨٠° − ٧٠° − ٧٠° = ٤٠°

، ∵ ص ع = ل ع

∴ ق (ع ص ل) = ق (ع ل ص) = ٧٠°

∴ ق (ع ص ل) = ق (ص ع س) = ٧٠° "فى وضع تبادل"

∴ س ع // ص ل

٦٦ **فى الشكل المقابل :**

م ، ن دائرتان متطابقتان رسم أب // م ن

قطع الدائرة م فى أ ، ب

وقطع الدائرة ن فى حـ ، ء

**أثبت أن :** أحـ = بء

**العمل** نرسم م هـ ⊥ أب ، ن و ⊥ حـ ء

**البرهان**

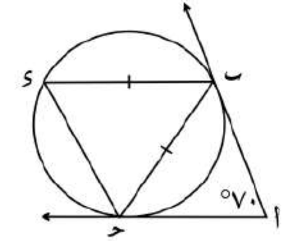
∵ هـ و // م ن ، م هـ ⊥ أب ، ن و ⊥ حـ ء

∴ م هـ // ن و ∴ الشكل م ن و هـ مستطيل

∴ م هـ = ن و ، ∵ م ، ن دائرتان متطابقتان

∴ أب = حـ ء وبإضافة ب حـ للطرفين ∴ أحـ = بء

٦٧ **فى الشكل المقابل :**




أب ، أحـ مماسان للدائرة م

، ق (ب أ حـ) = ٧٠°

أوجد : ق (أ ب ء)

**البرهان**

∵ أب ، أحـ مماسان للدائرة م

$$∴ ق(أ حـ ب) = \frac{١٨٠° - ٧٠°}{٢} = ٥٥°$$

∴ ق(ب ء حـ) = ق(أ حـ ب) = ٥٥°

"مماسية ومحيطية مشتركتان فى (ب حـ)"

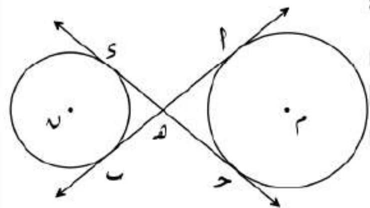
، ∴ ب حـ = ب ء

∴ ق(ب حـ ء) = ق(ب ء حـ) = ٥٥°

∴ ق(حـ ب ء) = ١٨٠° − ٥٥° − ٥٥° = ٧٠°

∴ ق(أ ب ء) = ٥٥° + ٧٠° = ١٢٥°

٦٨ **فى الشكل المقابل :**




أب ، حـ ء مماسان للدائرتين م ، ن

**أثبت أن :**

أب = حـ ء

**البرهان**

∵ هـ أ ، هـ حـ مماسان للدائرة م

∴ هـ أ = هـ حـ ⟵ ①

، ∵ هـ ب ، هـ ء مماسان للدائرة ن

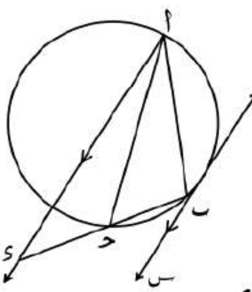
∴ هـ ب = هـ ء ⟵ ②

بجمع ① ، ②

∴ هـ أ + هـ ب = هـ حـ + هـ ء

∴ أب = حـ ء

### (٦٩) فى الشكل المقابل :



$\Delta$ أ ب حـ مرسوم داخل دائرة

ب س مماس للدائرة عند ب

، أ ء // ب س

أثبت أن :

أ ب مماسة للدائرة برؤوس $\Delta$ أ حـ ء

### البرهان

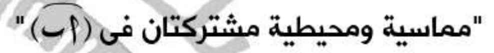
∵ أ ء // ب س

∴ ق($\hat{1}$) = ق($\hat{3}$) + ق($\hat{4}$)

، ∵ ($\hat{2}$) خارجة عن $\Delta$ أ حـ ء

∴ ق($\hat{2}$) = ق($\hat{4}$) + ق($\hat{5}$)

ولكن : ق($\hat{1}$) = ق($\hat{2}$)



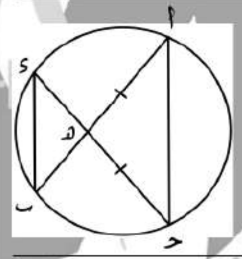
"مماسية ومحيطية مشتركتان فى (أ ب)"

∴ ق($\hat{3}$) + ق($\hat{4}$) = ق($\hat{4}$) + ق($\hat{5}$)

∴ ق($\hat{3}$) = ق($\hat{5}$)

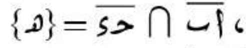
∴ أ ب مماسة للدائرة المارة برؤوس $\Delta$ أ حـ ء

### (٧٠) فى الشكل المقابل :



أ ب ، حـ ء وتران متساويان

فى الطول فى الدائرة



، أ ب $\cap$ حـ ء = {هـ}

أثبت أن : $\Delta$ أ حـ هـ متساوى الساقين

### البرهان

∵ أ ب = حـ ء

∴ ق(أ ب) = ق(حـ ء) وبطرح ق(ب ء) من الطرفين

∴ ق(أ ء) = ق(ب حـ)

∴ ق($\hat{حـ}$) = ق($\hat{أ}$)

"محيطيتان مقابلتان لقوسين متساويين فى القياس"

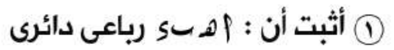
∴ $\Delta$ أ حـ هـ متساوى الساقين

### (٧١) فى الشكل المقابل :

أ ب قطر فى الدائرة م

، ب هـ مماس عند ب

، ء منتصف أ حـ



(١) أثبت أن : أ هـ ب ء رباعى دائرى

(٢) ق(حـ م ب) = ٢ ق(هـ)

### البرهان

∵ ء منتصف أ حـ

∴ م ء $\perp$ أ حـ ∴ ق(أ ء هـ) = ٩٠°

∵ ب هـ مماس للدائرة م عند ب

، م ب نصف قطر

∴ م ب $\perp$ ب هـ ∴ ق(م ب هـ) = ٩٠°

∴ ق(أ ء هـ) = ق(م ب هـ)

وهما مرسومتان على القاعدة أ هـ وفى جهة واحدة

∴ أ هـ ب ء رباعى دائرى

ومن الرباعى الدائرى

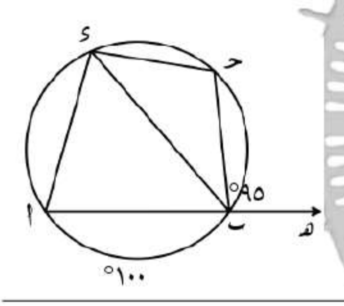
∴ ق($\hat{هـ}$) = ق(حـ أ ب) مرسومتان على القاعدة ب ء

∵ ق(حـ م ب) = ٢ ق(حـ أ ب)

"مركزية ومحيطية مشتركتان فى (ب حـ)"

∴ ق(حـ م ب) = ٢ ق($\hat{هـ}$)

### (٧٢) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى

مرسوم داخل دائرة

، ق(هـ ب حـ) = ٩٥°



، ق(أ ب) = ١٠٠°

أوجد : ق(ب ء حـ)

### البرهان

∵ أ ب حـ ء رباعى دائرى

∴ ق(هـ ب حـ) الخارجة = ق(حـ ء أ) الداخلة المقابلة

∴ ق(حـ ء أ) = ٩٥°

∴ ق(ب ء أ) = $\frac{1}{2}$ ق(أ ب) = $\frac{100°}{2}$ = ٥٠°

∴ ق(ب ء حـ) = ٩٥° − ٥٠° = ٤٥°

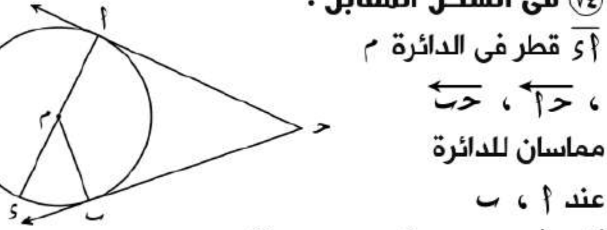
(٧٣) أوجد قياس القوس الذى يمثل ثلث قياس الدائرة ثم أحسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٢١ سم ($\pi = \frac{22}{7}$)

### الحل

قياس القوس = $\frac{1}{3} \times 360° = 120°$

طول القوس = $\frac{120°}{360°} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21 = 44$ سم

## (٧٤) في الشكل المقابل :




أ ى قطر في الدائرة م
، ح أ ، ح ب مماسان للدائرة عند أ ، ب

أثبت أن : ق(∠ب م ى) = ق(∠أ ح ب)

### البرهان

∵ ح أ مماس للدائرة م عند أ ، م أ نصف قطر

∴ م أ ⊥ ح أ ∴ ق(∠ح أ م) = ٩٠°

∵ ح ب مماس للدائرة م عند ب ، م ب نصف قطر

∴ م ب ⊥ ح ب ∴ ق(∠ح ب م) = ٩٠°

∵ ق(∠ح أ م) + ق(∠ح ب م) = ١٨٠°

∴ أ ح ب م رباعي دائري

∴ ق(∠ب م ى) الخارجة = ق(∠أ ح ب) الداخلة المقابلة

## (٧٥) في الشكل المقابل :




دائرتان متماستان من الداخل في أ
، أ س مماس مشترك لهما

أثبت أن : ب ح // ى هـ

### البرهان

في الدائرة الصغرى

∵ ق(∠س أ ب) = ق(∠أ ح ب) ← (١)

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (⌒أ ب)"

في الدائرة الكبرى

∵ ق(∠س أ ى) = ق(∠أ هـ ى) ← (٢)

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (⌒أ ى)"

∴ ق(∠أ ح ب) = ق(∠أ هـ ى) وهما في وضع تناظر

∴ ب ح // ى هـ

## (٧٦) في الشكل المقابل :

أ ح ، أ ب مماسان للدائرة عند ح ، ب
، ق(∠أ ح ب) = ٥٥°
، ق(∠ح ى هـ) = ١٢٥°

(١) أثبت أن : أ ح // ب هـ

(٢) أثبت أن : ح ب = ح هـ

### البرهان

∵ ح ب هـ ى رباعي دائري

∴ ق(∠ح ى هـ) + ق(∠ح ب هـ) = ١٨٠°

∴ ق(∠ح ب هـ) = ١٨٠° − ١٢٥° = ٥٥°

∵ ق(∠أ ح ب) = ق(∠ح ب هـ) وهما في وضع تبادل

∴ أ ح // ب هـ ( أولاً )

∵ ق(∠ح هـ ب) = ق(∠أ ح ب) = ٥٥° "مماسية ومحيطية"

∴ ح ب = ح هـ ( ثانياً )

## (٧٧) في الشكل المقابل :

م دائرة
حيث (∠ب م ح) قائمة

أثبت أن :
ق(∠م ب ح) = ق(∠ب أ ح)

### البرهان

∴ ق(∠ب أ ح) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب م ح) = ٤٥° ← (١)

"محيطية ومركزية مشتركتان في (⌒ب ح)"

، ∵ م ب = م ح = نق

∴ ق(∠م ب ح) = $\frac{١٨٠° - ٩٠°}{٢}$ = ٤٥° ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق(∠ب أ ح) = ق(∠م ب ح)

## (٧٨) في الشكل المقابل :

أ ب قطر في الدائرة م
، ب ى مماس يقطع أ ح في ى
، ق(∠أ) = ٣٠°

أثبت أن :
أ ب مماس للدائرة المارة برؤوس Δ ب ح ى

### البرهان

∵ أ ب قطراً في الدائرة م

∴ ق(∠أ ح ب) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴ ق(∠ح ب أ) = ١٨٠° − ٩٠° − ٣٠° = ٦٠° ← (١)

، ∵ ب ى مماس للدائرة عند ب ، م ب نصف قطر

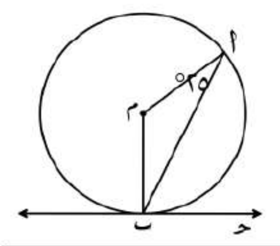
∴ م ب ⊥ ب ى ∴ ق(∠م ب ى) = ٩٠°

∴ ق(∠ى) = ١٨٠° − ٩٠° − ٣٠° = ٦٠° ← (٢)

∴ ق(∠ح ب أ) = ق(∠ى)

∴ أ ب مماس للدائرة المارة برؤوس Δ ب ح ى

### (٧٩) في الشكل المقابل :



بحـ ↔ مماس للدائرة م

، ق(∠ب أ م) = ٣٥°

أوجد : ق(∠أ ب حـ)

#### البرهان

∵ م أ = م ب = نق

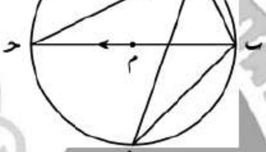
∴ ق(∠م أ ب) = ق(∠م ب أ) = ٣٥°

∴ ق(∠أ م ب) = ١٨٠° − ٣٥° − ٣٥° = ١٣٠°

∴ ق(∠أ ب حـ) = ١/٢ ق(∠أ م ب) = ٦٥° ⟵ (١)

"مماسية ومركزية مشتركتان في (⌒أ ب)"

### (٨٠) في الشكل المقابل :



بحـ قطر في الدائرة م

، أ ء // ب حـ

، ق(∠أ هـ ب) = ٢٥°

أوجد : (١) ق(∠ب أ ء)   (٢) ق(⌒أ ء)

#### البرهان

∵ ق(⌒أ ب) = ٢ق(∠أ هـ ب) = ٥٠°

∵ أ ء // ب حـ ∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒ء حـ) = ٥٠°

∴ ق(∠ء أ حـ) = ١/٢ ق(⌒ء حـ) = ٢٥°

∵ ب حـ قطر في الدائرة م

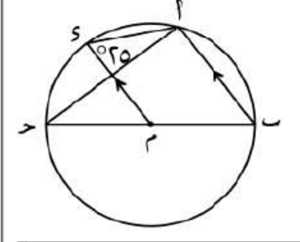
∴ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴ ق(∠ب أ ء) = ٩٠° + ٢٥° = ١١٥°

∵ ق(ب أ حـ) = ١٨٠°

∴ ق(⌒أ ء) = ١٨٠° − ٥٠° − ٥٠° = ٨٠°

### (٨١) في الشكل المقابل :



بحـ قطر في الدائرة م

، أ ب // م ء

، ق(∠ء أ حـ) = ٢٥°

أوجد : ق(∠أ حـ ب)

#### البرهان

∵ ق(∠ء م حـ) = ٢ق(∠ء أ حـ) = ٢ × ٢٥° = ٥٠°

"محيطية ومركزية مشتركتان في (⌒حـ ء)"

∵ ب حـ قطر في الدائرة م

∴ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∵ أ ب // م ء

∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠ء م حـ) = ٥٠° بالتناظر

∴ ق(∠أ حـ ب) = ١٨٠° − ٩٠° − ٥٠° = ٤٠°

### (٨٢) في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازي أضلاع

أثبت أن :

أ ء = هـ ء

#### البرهان

∵ أ ب حـ ء متوازي أضلاع

∴ ق(∠أ) = ق(∠حـ) ⟵ (١)

∵ هـ ب حـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠أ هـ ء) الخارجة = ق(∠حـ) الداخلة المقابلة ⟵ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق(∠أ) = ق(∠أ هـ ء)   ∴ أ ء = هـ ء

### (٨٣) في الشكل المقابل :

ق(∠ء ب أ) = ٣٠°

، حـهـ → // ء ب →

، أ ب قطر في الدائرة م

أوجد : ق(∠أ م ء) ، ق(⌒ب هـ)

#### البرهان

∵ ق(∠أ م ء) = ٢ق(∠أ ب ء) = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

∵ أ ب قطر في الدائرة م   ∴ ق(⌒أ هـ ب) = ١٨٠°

∴ ق(⌒ء ب) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∵ حـهـ → // ب ء →

∴ ق(⌒ء هـ) = ق(⌒هـ ب) = ١٢٠°/٢ = ٦٠°

## ⑭ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه :

ق (∠ ء هـ حـ) = ٧٦°

، ق (∠ ء ب حـ) = ٣٨°

أثبت أن : أ ب حـ ء رباعى دائرى

### البرهان

∵ (∠ ء هـ حـ) خارجة عن Δ هـ ب حـ

∴ ق(∠ ء هـ حـ) = ق(∠ هـ ب حـ) + ق(∠ هـ حـ ب)

∴ ق(∠ هـ حـ ب) = ٧٦° − ٣٨° = ٣٨°

، ∵ أء // ب حـ

∴ ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ ء ب حـ) = ٣٨° بالتبادل

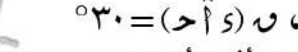
∴ ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ أ حـ ب) = ٣٨°

وهما مرسومتان على القاعدة أب وفى جهة واحدة

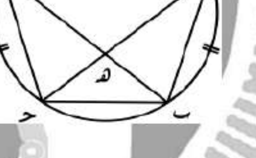
∴ أ ب حـ ء رباعى دائرى

## ⑮ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى



مرسوم داخل دائرة م



فإذا كان : ق (أب⌒) = ق (ء حـ⌒)

، ق (∠ ء أ حـ) = ٣٠°

① أثبت أن : أحـ = ب ء

② أوجد ق (∠ أ هـ ء)

### البرهان

∵ ق(أب⌒) = ق(ء حـ⌒) وبإضافة ق(ب حـ⌒) للطرفين

∵ ق(أب⌒) + ق(ب حـ⌒) = ق(ب حـ⌒) + ق(ء حـ⌒)

∵ ق(أحـ⌒) = ق(ء ب⌒)

∴ أحـ = ب ء

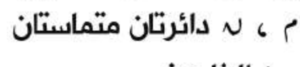
، ∵ ق(أب⌒) = ق(ء حـ⌒)

∴ ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ ء أ حـ) = ٣٠°

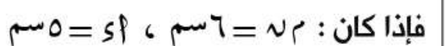
"محيطيتان أقواسهما متساوية فى القياس"

∴ ق(∠ أ هـ ء) = ١٨٠° − ٣٠° − ٣٠° = ١٢٠°

## ⑯ فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متماستان



من الخارج فى حـ

، أء تمس الدائرة م فى ء

، أب تمس الدائرة ن فى ب

فإذا كان : م ن = ٦سم ، أء = ٥سم

① أثبت أن : أء = أحـ = أب

② أوجد محيط الشكل أ ب ن م ء

③ أثبت أن : أن ينصف (∠ حـ ن ب)

### البرهان

∵ أء ، أحـ قطعتان مماستان عند ء ، حـ

∴ أء = أحـ ⟵ ①

∵ أحـ ، أب قطعتان مماستان عند حـ ، ب

∴ أء = أحـ ⟵ ②

من ① ، ② ∴ أء = أحـ = أب

∵ م ن = ٦سم ∴ ء م + ن ب = ٦سم

∴ محيط الشكل أ ب ن م ء = ٦ + ٦ + ٥ + ٥ = ٢٢سم

ΔΔ أحـ ن ، أ ب ن فيهما

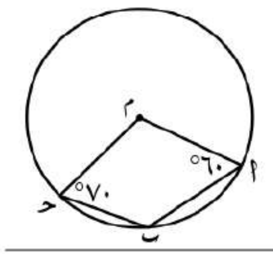
أحـ = أب ، حـ ن = ن ب ، أن ضلع مشترك

∴ Δ أحـ ن ≡ Δ أ ب ن

∴ ق(∠ أ ن حـ) = ق(∠ أ ن ب)

∴ أن ينصف (∠ حـ ن ب)

## ⑰ فى الشكل المقابل :



ق (∠ م أ ب) = ٦٠°

، ق (∠ م حـ ب) = ٧٠°

أوجد ق (∠ أ م حـ)

### العمل نرسم أب

### البرهان

∵ م أ = أب "أنصاف أقطار"

∵ ق(∠ م أ ب) = ق(∠ م ب أ) = ٦٠°

∵ ق(∠ أ م ب) = ١٨٠° − ٦٠° − ٦٠° = ٦٠°

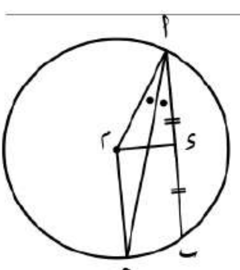
∵ م ب = أحـ "أنصاف أقطار"

∵ ق(م بَ ح) = ق(م حَ ب) = ٧٠°

∵ ق(ب مَ ح) = ١٨٠° − ٧٠° − ٧٠° = ٤٠°

∴ ق(أ مَ ح) = ٦٠° + ٤٠° = ١٠٠°

**(٨٨) فى الشكل المقابل :**




أب وتر فى الدائرة م

، أح ينصف (ب أَ م)

، ء منتصف أب

**أثبت أن :** ءم ⊥ حم

**البرهان**

∵ ء منتصف أب ∴ مء ⊥ أب ∴ ق(أ ءَ م) = ٩٠°

∵ م أ = م ح **"أنصاف أقطار"**

∵ ق(م أَ ح) = ق(م حَ أ) ← ①

∵ أح ينصف (ب أَ م)

∴ ق(ب أَ ح) = ق(م أَ ح) ← ②

**من** ① ، ②

∴ ق(ب أَ ح) = ق(م حَ أ) **وهما فى وضع تبادل**

∴ مح // أب

∵ ق(ء مَ ح) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠° **بالتداخل**

∴ ءم ⊥ حم

**(٨٩) فى الشكل المقابل :**

أب ، أح مماسان للدائرة م

، أح ، أء مماسان للدائرة ن

، أب = ١٥سم

، أء = (ص − ٢) سم

، أح = (٢س − ٣) سم

**أوجد قيمة :** س ، ص

**البرهان**

∵ أب ، أح مماسان للدائرة م

∴ أب = أح

∴ ٢س − ٣ = ١٥ ∴ ٢س = ١٨

∴ س = ١٨/٢ = ٩

∵ أح ، أء مماسان للدائرة ن

∴ أح = أء ، ∵ أح = أب ∴ أء = أب

∴ ص − ٢ = ١٥ ∴ ص = ١٧

**(٩٠) فى الشكل المقابل :**

ق(ص سَ ع) = ٩٠°

، ق(ع لَ ص) = ٩٠°

، ق(س مَ ص) = ٥٠°

، م منتصف صع

**أوجد :** ق(س صَ ل)

**البرهان**

∵ ق(ص سَ ع) = ق(ص لَ ع) = ٩٠°

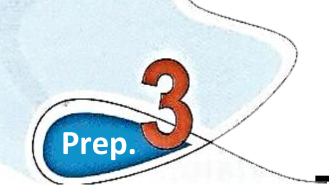
**وهما مرسومتان على القاعدة صع وفى جهة واحدة**

∴ س ص ع ل **رباعى دائرى**

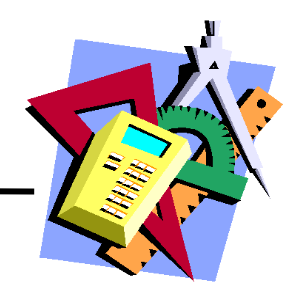
∵ صع **قطراً فى الدائرة** ، م **منتصف** صع

∴ ق(س صَ ل) = ١/٢ ق(س مَ ل) = ١/٢ × ٥٠° = ٢٥°

**"محيطية ومركزية مشتركتان فى (س ل)"**







# الجزء الأول

# الأسئلة

**أولا:أكمل ما يلى :**

١ـ القطعة المستقيمة التى طرفاها مركز الدائرة وأى نقطة على الدائرة تسمى ......

٢ـ القطعة المستقيمة التى طرفاها أى نقطتين على الدائرة تسمى ........

٣ـ الوتر المار بمركز الدائرة يسمى ........

٤ـ أكبر الاوتار طولا فى الدائرة يسمى ........

٥ـ يوجد للدائرة عدد ........ من محاور التماثل.

٦ـ المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يكون ......للدائرة .

٧ـ الدائرة تقسم المستوى الى ...... مجموعات من النقط .

٨ـ المستقيم العمودى على قطرالدائرة من احدى نهايته يكون .......

٩ـ المماسان لدائرة عند نهايتى قطر فيها يكونان ........

١٠ـ الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة تكون على أبعاد متساوية من ......

١١ـ إذا كانت الأوتار فى دائرة على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون .......

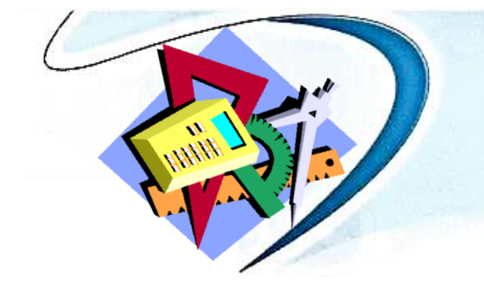
١٢ـ إذا كانت أ تقع خارج الدائرة م التى نصف قطرها نق فإن م أ ......... نق

١٣ـ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون .........، ..........

١٤ـ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن= ∅ فإن الدائرتين م،ن ......

١٥ـ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن ={أ}، فإن الدائرتين م ،ن ......

١٦ـ عدد الدوائرالتى يمكن رسمها وتمر بنقطتين معلومتين فى المستوى يساوى ....... .



١٧- إذا اشتركت دائرتان فى ثلاث نقط فإنهما ..........

١٨- أصغر دائرة يمكن رسمها لتمر بنقطتين معلومتين فى المستوى يكون طول نصف قطرها يساوى .......

١٩- نقطة تقاطع محاور تماثل اضلاع المثلث هى .......

٢٠- الدائرة م طول نصف قطرها نق ،أ نقطة فى مستوى الدائرة . **أكمل** :

(أ) إذا كانت م أ = $\frac{١}{٢}$ نق فإن أ ...... الدائرة

(ب) إذا كانت م أ = نق فإن أ .......... الدائرة

(ت) إذا كانت م أ = ٣ نق فإن أ ....... الدائرة

٢١- الأقواس المتساوية فى القياس فى دائرة أوتارها ...............

٢٢- قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس ...............

٢٣- الزاوية المحيطية التى تقابل قوسا أصغر فى الدائرة ........

٢٤- الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران بينهما قوسين..........

٢٥- قياس القوس من دائرة يساوى ضعف ............

**ثانيًا: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(١) إذا كان طول قطر دائرة ٧سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣.٥ سم فإن ل يكون :

أ) قاطع للدائرة فى نقطتين. ب) يقع خارج الدائرة.

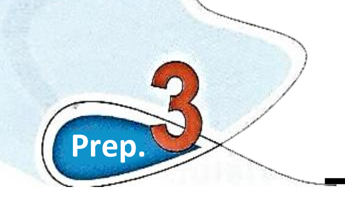
ج) مماس للدائرة. د) محور تماثل للدائرة.

(٢) إذا كانت النقطه أ تنتمي للدائرة م التى قطرها ٦سم فإن م أ تساوى :

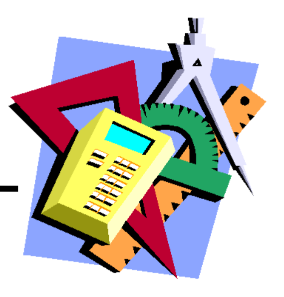
أ) ٣سم ب)٤سم ج) ٥سم د) ٦سم

(٣) إذا كان المستقيم ل مماسا للدائرة التى قطرها ٨سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار :

أ) ٣سم ب) ٤سم ج) ٦سم د) ٨سم







(٤) إذا كان ل مستقيم خارج دائرة مركزها نقطة الأصل م (٠،٠) ونصف قطرها ٣سم وكان ل يبعد عن م مسافة س فإن س ∋ ...........

أ) ]٣،∞[  ب)[٣،∞[  ج)[٦،∞[  د) ]-∞،-٦[

(٥) إذا كان المستقيم ل يبعد عن مركز الدائرة م مسافة س حيث س ∋]٠،نق[ فإن ل

أ) يقطع الدائرة.  ب) يمس الدائرة.

ج) يقع خارج الدائرة.  د) يمر بمركز الدائرة .

(٦) إذا كان طول العمود المرسوم من مركز الدائرة م على المستقيم ل يساوى ٦سم ، وكان طول نصف قطر الدائرة يساوى ٣سم فإن ل :

أ) يقطع الدائرة.  ب)يمس الدائرة.

ج) يقع خارج الدائرة.  د) يمر بمركز الدائرة .

(٧) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٧سم .أى من النقط الأتية لاتنتمى للدائرة ؟

أ) (٠، ٧)  ب) (٠،-٧)  ج) (٧ ، ٠)  د) (٧، ٧)

(٨) عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بطرفى القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ يساوى :

أ) ١  ب) ٢  ج) ٣  د) عدد لا نهائى

(٩)إذا كانت الدائرة م ∩ الدائرة ن={ أ ،ب } فإن الدائرتين م ، ن:

أ) متباعدتان  ب) متحدتى المركز

ج) متماستان من الخارج  د) متقاطعتان

(١٠) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج و طول نصف قطر أحدهما ٥سم ، م ن = ٩سم ،فإن طول نصف قطر الأخرى يساوى :

أ) ٣سم  ب) ٤سم  ج) ٧سم  د) ١٤سم



(١١) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل و طول نصف قطر أحدهما ٣سم ، م ن =٨سم ، فإن طول نصف قطرالأخرى يساوى :

أ) ٥سم ب) ٦سم ج) ١١سم د) ١٢سم

(١٢) م ، ن دائرتان متقاطعتان و طولا نصفى قطريهما ٥سم ، ٢سم فإن م ن ∋ .

أ) ] ٣، ٧ ] ب) ]٣، ٧ ] ج) ]٣ ، ٧ [ د) ] ٣ ، ٧ [

(١٣) عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوى :

أ) صفر ب) واحد ج) ثلاث د) عدد لا نهائى

(١٤) محور التماثل للوتر المشترك $\overline{\text{أ ب}}$ لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو :

أ) $\overleftrightarrow{\text{أ م}}$ ب) $\overleftrightarrow{\text{ب م}}$ ج) $\overleftrightarrow{\text{ن م}}$ د) $\overleftrightarrow{\text{أ ن}}$

(١٥) مراكز الدوائر التى تمر بالنقطتين أ ، ب تقع جميعا على :

أ) محور $\overline{\text{ب أ}}$ ب) $\overline{\text{ب أ}}$ ج) العمود المقام على $\overline{\text{ب أ}}$

د) العمود المقام على $\overline{\text{ب أ}}$ من ب

(١٦) عدد الدوائرالتى تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة :

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

(١٧) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع :

أ) منصفات زواياه الداخلة ب) منصفات زواياه الخارجة

ج) ارتفاعاته د) محاور تماثل أضلاعه

(١٨) إذا كان أ ، ب نقطتين فى المستوى بحيث أ ب = ٤سم ، فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يساوى :

أ) ٢سم ب) ٣سم ج) ٤سم د) ٨سم

(١٩) إذا كان أ ، ب نقطتين ، أ ب =٦سم فإن عدد الدوائرالتى طول نصف قطر كل منها ٥سم وتمر بالنقطتين أ ، ب يساوى :

أ) صفر　　　ب) ١　　　ج) ٢　　　د) عدد لا نهائى من الدوائر

**(٢٠) فى الشكل المقابل :**



فى الدائرة م إذا كان ق ( < أم ب ) = ٥٢° ، فإن ق ( ب د أ ) يساوى :

أ) ٥٢°　　　ب)١٠٤°

ج) ١٢٨°　　　د) ٣٠٨°

**(٢١) فى الشكل المقابل :**

أب قطر فى الدائرة م ، ق ( <أ ب حـ)= ٤٠°



فإن ق ( حـ ب) يساوى :

أ) ٤٠°　　　ب)٥٠°

ج) ٩٠°　　　د) ١٠٠°

**(٢٢) فى الشكل المقابل :**

إذا كان أب قطرفى الدائرة م ، ق ( <أ ب د ) = ٢٥° فإن :

أولا: ق (< د أ ب ) تساوى :

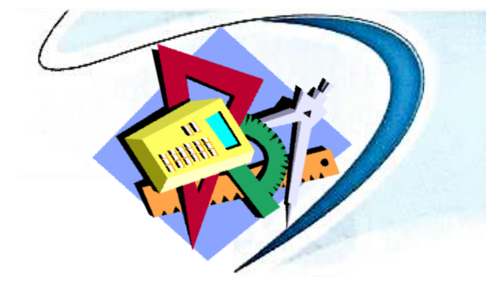
أ ) ٢٥°　　　ب) ٥٠°

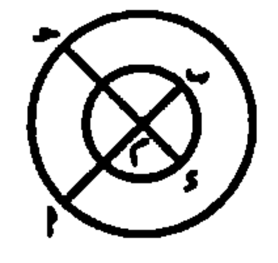
ج) ٦٥°　　　د) ٩٠°

ثانيا : ق (< د جـ ب ) تساوى :

أ)٥٠°　　　ب ) ١٠٠°

ج) ١١٥°　　　د) ١٢٥°





**(٢٣) فى الشكل المقابل :**

دائرتان متحدتا المركز فى م ، أب ∩ حـ د = {م} ،

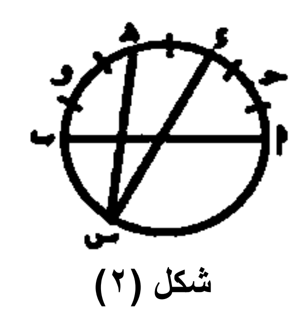
فإذا كان ق (ب د) = ٨٠° ، فإن ق ( أحـ) يساوى :

أ) ٤٠°　　ب) ٨٠°　　ج) ١٠٠°　　د) ١٦٠°

**(٢٤) مستعينا بالأشكال الأتية اختر الأجابة الصحيحة**



**شكل (١)**



**شكل (٢)**

شكل (١) : دائرة مركزها م ، ق (<م ب حـ ) = ٣٢° ، فإن ق(ب جـ ) يساوى :

أ) ١٦°　　ب) ٣٢°　　ج) ٦٤°　　د) ١١٦°

شكل(٢) : إذا كان أب قطر فى دائرة وكان :

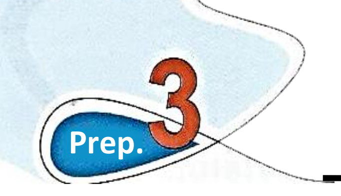
ق (أ جـ) = ق (جـ د)= ق(د هـ) = ق (هـ و) = ق (و ب)

فإن ق (< د س هـ ) تساوى :

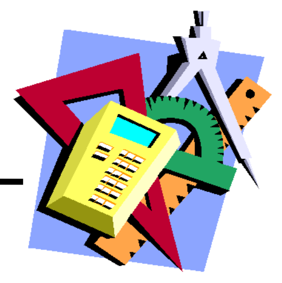
أ ) ١٨°　　ب) ٣٦°　　ج) ٥٤°　　د) ٧٢°

(٢٥) عدد المماسات التى يمكن رسمها من إحدى نقط دائرة تساوى :

أ) واحد　　ب) اثنان　　ج) أربعة　　د) عدد لا نهائى







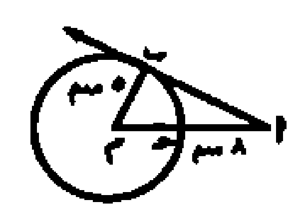
**(٢٦) فى الشكل المقابل :**



إذا كانت ق(< أ ب م )= ٤٠° فإن ق (< أ حـ ب ) تساوى :

أ) ٨٠° ب)١٠٠° ج ) ١٣٠° د) ١٤٠°

**(٢٧) فى الشكل المقابل :**



أ ب مماس للدائرة م ، إذا كان م ب = ٥سم ، أ حـ =٨سم

، فإن أ ب = ......

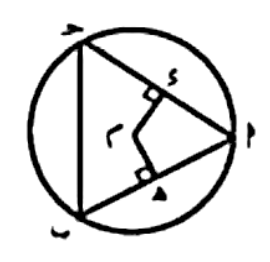
أ) ٥سم ب) ١٠سم ج) ١٢سم د) ١٣ سم

(٢٨) يمكن رسم دائرة تمر برءوس :

أ) شبه منحرف ب) معين ج) متوازى اضلاع د) مستطيل

**رابعا" : أسئلة إنتاج الإجابة :**

**(١) فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م ،

$\overline{م د}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{أ ب}$ اثبت ان :

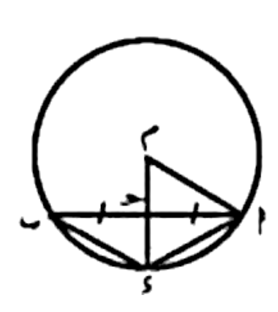
$\overline{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ، و إذا كان بحـ = ٨سم فأوجد دهـ

**(٢) فى الشكل المقابل :**

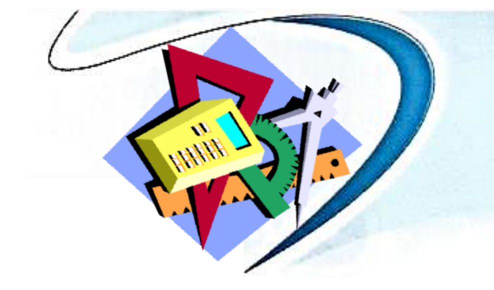
دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ١٣ سم ،

$\overline{أ ب}$ وتر فيها طوله ٢٤سم ، حـ منتصف $\overline{أ ب}$

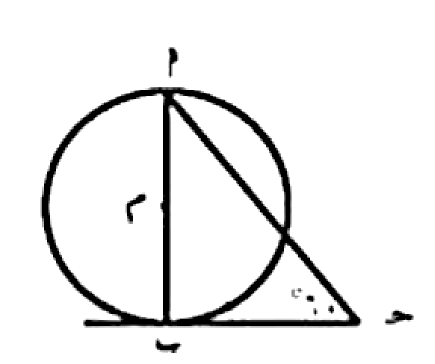
رسم $\overleftarrow{م جـ}$ فقطع الدائرة فى د . أوجد :



أولا: طول $\overline{م جـ}$ ثانيا : م ( Δ أ د ب )



## (٣) فى الشكل المقابل :



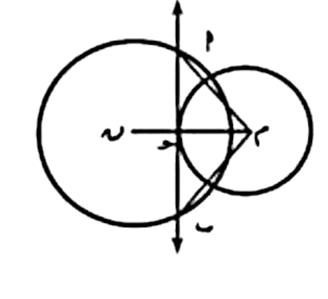

دائرة م محيطها ٤٤سم ، $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فيها ،

$\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماس للدائرة عند ب ، ق(< حـ) = ٦٠°

أوجد طول $\overline{\text{ب جـ}}$

( ط = $\frac{٢٢}{٧}$ )

## (٤) فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان ، $\overline{\text{م ن}}$ يقطع الدائرة م فى حـ ،

رسم $\overleftrightarrow{\text{جـ أ}}$ مماسا للدائرة م عند جـ

يقطع الدائرة ن فى أ ، ب . أثبت ان :



أولا : جـ أ = جـ ب        ثانيا : م أ = م ب



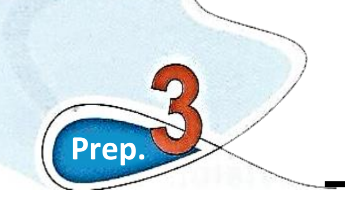
## (٥) فى الشكل المقابل :



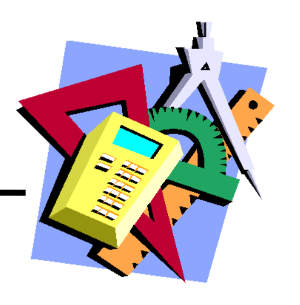
م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب ،

$\overline{\text{جـ د}}$ وتر فى الدائرة م ، يقطع $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ فى هـ ،

فإذا كان هـ منتصف $\overline{\text{جـ د}}$ . أثبت أن : $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$ .

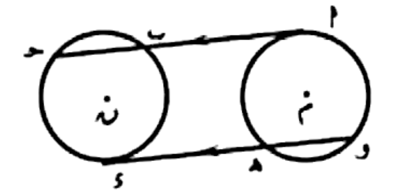






(٦) م ، ن دائرتان متماستان من الداخل عند أ ، الدائرة م أكبر من الدائرة ن ، رسم $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ مماسا مشتركا للدائرتين ، ورسم $\overleftrightarrow{\text{ن م}}$ فقطع الدائرة ن فى ب ، ورسم $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ مماسا للدائرة ن فقطع الدائرة م فى د ، هـ . أثبت أن :

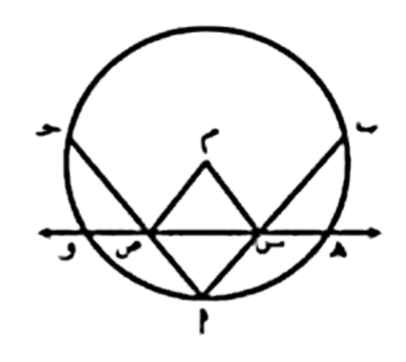
أولا : $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ ثانيا: ب د = ب هـ



**(٧) فى الشكل المقابل :**

م ، ن دائرتان متطابقتان ، $\overline{\text{أ جـ}}$ قطعة مماسة للدائرة م عند أ ، $\overline{\text{و د}}$ قطعة مماسة للدائرة ن عند د ، $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{و د}}$

أثبت أن : أولا : ب جـ = و هـ ثانيا : أ ب = هـ د



**(٨) فى الشكل المقابل :**

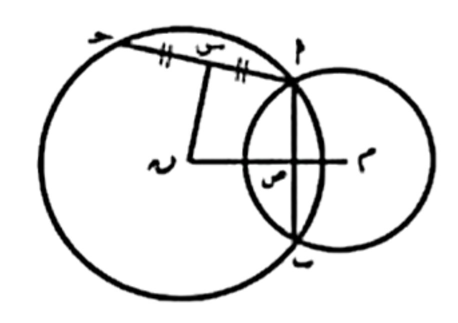
$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م .

س ، ص منتصفا $\overline{\text{أ ب}}$،$\overline{\text{أ جـ}}$

رسم $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ فقطع الدائرة فى هـ ، و

أثبت أن سهـ = ص و

**(٩)فى الشكل المقابل :**



الدائرتان م ، ن متقاطعتان

فى أ ، ب . $\overleftrightarrow{\text{م ن}} \cap \overline{\text{أ ب}}$ = {ص} ،

أ ب = أ حـ ، س منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$.

**أثبت أن :**

ن ص = ن س



(١٠) الدائرة م فيها $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$ وتران متوازيان . هـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$، رسم $\overleftrightarrow{\text{هـ م}}$

فقطع $\overline{\text{جـ د}}$ فى و . **أثبت أن:**

و جـ = و د.

(١١) الدائرة م فيها $\overline{\text{أ ب}}$، $\overline{\text{أ جـ}}$ وتران . د ، هـ منتصفا $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ على الترتيب رسم

$\overleftarrow{\text{د م}}$ فقطع $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ فى و بحيث كان م هـ =هـ و . **أثبت أن :** ق (<ب أ حـ ) = ٤٥°

(١٢) $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى دائرة م ، رسم الوتر $\overline{\text{جـ د}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$، رسم $\overline{\text{جـ س}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ ،

$\overline{\text{د ص}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$. **أثبت أن** : أ س = ص ب.

(١٣) أ ، ب نقطتان حيث أ ب = ٦سم . أرسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب بحيث يكون طول

نصف قطرها ٥سم ، ثم **اوجد** بعد مركز الدائرة عن $\overline{\text{أ ب}}$.

(١٤) أرسم المثلث أ ب حـ الذى فيه أ ب = ٦سم ، أ حـ = ٤سم ،

ق (< ب أ حـ) = ٦٠° **أرسم** دائرة تمر بالنقطتين أ ، جـ ، ومركزها ∈ $\overline{\text{أ ب}}$.

(١٥) $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى دائرة م ، $\overline{\text{أ جـ}}$ وتر فيها حيث ق (< ب أ حـ) =٣٠ °، رسم $\overline{\text{ب جـ}}$

ورسم $\overleftarrow{\text{م د}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ يقطعه فى د .

أولا :أثبت أن : $\overline{\text{م د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

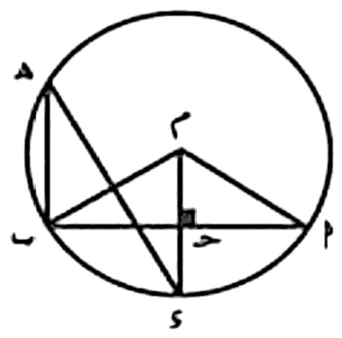
ثانيا : أثبت ان طول $\overline{\text{ب جـ}}$ يساوى طول نصف قطر الدائرة .

**(١٦) فى الشكل المقابل :**

$\overleftarrow{\text{م جـ}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ يقطعه فى جـ

ويقطع الدائرة فى د ، ق(< م أ ب ) = ٢٠° .

أوجد : أولا : ق ($\overset{\frown}{\text{أ د}}$) ثانيا: ق (< د هـ ب ) .



# الإجابات

**أولاً : أكمل ما يأتى :**

١) نصف قطر الدائرة

٢) الوتر

٣) القطر

٤) القطر

٥) لانهائى

٦) محور تماثل

٧) ٣

٨) مماسا للدائرة

٩) متوازيان

١٠) مركز الدائرة

١١) متساوية فى الطول

١٢) <

١٣) عموديا على الوتر المشترك وينصفه

١٤) متباعدتان

١٥) متماستان من الخارج

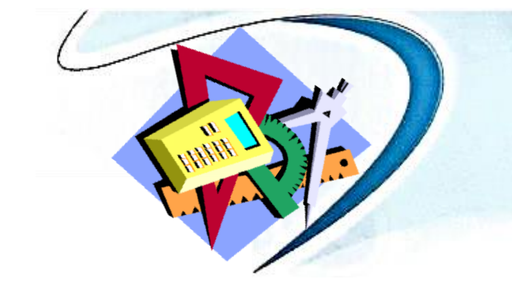
١٦) عدد لا نهائى من الدوائر

١٧) يتطابقان

١٨) $\frac{١}{٢}$ طول القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين المعلومتين .

١٩) مركز الدائرة الخارجه للمثلث

٢٠) أ) داخل     ب) على     ج) خارج



## ثانيا" : أختر الاجابة الصحيحة :

١) مماس للدائرة

٢) ٣سم

٣) ٤سم

٤) ] ٣ ، ∞ [

٥) يقطع الدائرة

٦) يقع خارج الدائرة

٧) ( ٧ ، ٧ )

٨) عدد لا نهائى

٩) متقاطعتان

١٠) ٤سم

١١) ١١سم

١٢) ] ٣ ، ٧ [

١٣) صفر

١٤) $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$

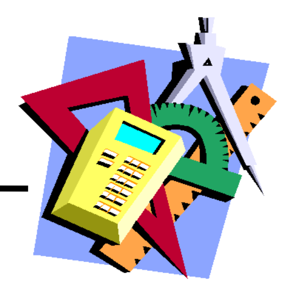
١٥) محور $\overline{\text{أ ب}}$

١٦) ١

١٧) محاور تماثل أضلاعه

١٨) ٢سم

١٩) ٢



## ثالثاً : أسئلة متنوعة :

(١) ∵ $\overline{\text{م د}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$ ∴ د منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$

∵ $\overline{\text{م هـ}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$ ∴ هـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

∴ $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، د هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = ٤سم

(٢) ∵ حـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

∴ $\overline{\text{م جـ}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ، أ حـ = حـ ب = ١٢سم

∵ Δ أ م حـ قائم الزاوية فى جـ

∴ م جـ = $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)}$ = ٥سم

∵ م د = نق = ١٣سم ∴ جـ د = ١٣ ـ ٥ = ٨سم

∴ م ( Δ أ د ب ) = $\frac{١}{٢}$ × أ ب × جـ د

= $\frac{١}{٢}$ × ٢٤ × ٨

= ٩٦سم$^٢$

(٣) ∵ محيط الدائرة م = ٤٤سم

∴ ٢ π نق = ٤٤

∴ ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × نق = ٤٤

∴ نق = ٧سم .

∴ أ ب = ٢ نق = ١٤ سم

∵ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماس للدائرة م عند ب

∴ ق (< أ ب حـ) = ٩٠°

∴ ق (أ) = ١٨٠° - (٩٠° + ٦٠° ) = ٣٠°



∴ ب جـ = $\frac{1}{2}$ أ جـ     ∴ أ جـ = ٢ ب جـ

∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

∴ ( أ جـ)$^2$ = ( ب جـ )$^2$ + ( أ ب )$^2$

∴ (٢ ب حـ )$^2$ = ( ب جـ )$^2$ + (١٤)$^2$

∴٣( ب جـ)$^2$ = ١٩٦

∴ ب جـ = $\sqrt{\frac{١٩٦}{٣}}$ = $\frac{١٤\sqrt{٣}}{٣}$ ≃ ٨ سم.

(٤) ∵ $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ مماس للدائرة م عند جـ

∴ $\overleftrightarrow{\text{م جـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ فى الدائرة ن

فى الدائرة ن     ∵ $\overline{\text{ن جـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

∴ جـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

∴ جـ أ = جـ ب

فى Δ Δ أ جـ م ، ب جـ م

∵ جـ أ = جـ ب

ق (< أ جـ م ) = ق (< ب جـ م ) = ٩٠ °

$\overline{\text{م جـ}}$ ضلع مشترك

∴ Δ أ جـ م ≡ Δ ب جـ م

∴ م أ = م ب

**(٥)** ∵ **م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب**

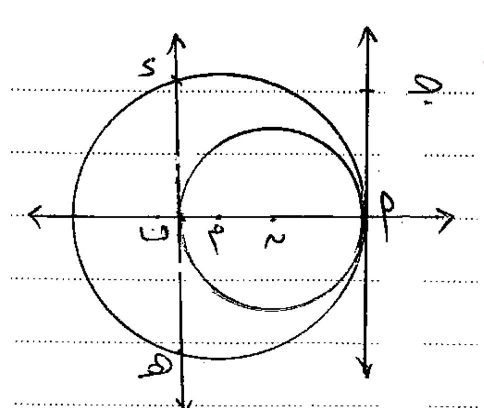
∴ $\overleftrightarrow{\text{م ن}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

∵ **هـ منتصف الوتر** $\overline{\text{جـ د}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{م هـ}} \perp \overline{\text{جـ د}}$

$\overline{\text{أ ب}} \perp \overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ، $\overline{\text{جـ د}} \perp \overleftrightarrow{\text{م ن}}$

∴ $\overline{\text{أ ب}} \parallel \overline{\text{جـ د}}$




**(٦)** $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ **مماسان للدائرة ن عند أ ، ب**

، $\overline{\text{أ ب}}$ **قطر فى ا لدائرة ن**

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}} \parallel \overleftrightarrow{\text{ب د}}$

**فى الدائرة ن** ∵ $\overline{\text{ن ب}} \perp \overline{\text{د هـ}}$

∴ **ب منتصف** $\overline{\text{د هـ}}$ ∴ **ب د = د هـ**

**(٧)** **العمل: نرسم** $\overleftarrow{\text{أ م}}$ **ويقطع** $\overline{\text{و هـ}}$ **فى س ، نرسم** $\overleftarrow{\text{د ن}}$ **و يقطع** $\overline{\text{ب جـ}}$ **فى ص**

**البرهان :**

∵ $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ **مماس للدائرة م عند أ** ∴ $\overleftrightarrow{\text{م أ}} \perp \overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$

∵ $\overline{\text{أ جـ}} \parallel \overline{\text{و د}}$ ∴ $\overline{\text{أ س}} \perp \overline{\text{و د}}$

∵ $\overleftrightarrow{\text{د و}}$ **مماس للدائرة ن عند د** ∴ $\overleftrightarrow{\text{ن د}} \perp \overleftrightarrow{\text{د و}}$

∵ $\overline{\text{أ ص}} \parallel \overline{\text{س د}}$، $\overline{\text{أ س}} \perp \overline{\text{و د}}$ ، $\overline{\text{ص د}} \perp \overline{\text{د و}}$

∴ **الشكل أ س د ص مستطيل** ∴ **أ س = ص د**



∵ م ، ن دائرتان متطابقتان

∴ أ م = ن د

∴ أ س – أ م = ص د – ن د

∴ م س = ن ص

∵ $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{و هـ}}$ ، $\overline{\text{ن ص}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ ∴ و هـ = ب حـ

∵ $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{و هـ}}$ ∴ و س = س هـ

∵ $\overline{\text{ن ص}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ ∴ ص جـ = ب ص

∵ ب حـ = و هـ ∴ س هـ = ب ص

∵ أ ص = س د

∴ أ ص – ب ص = س د – س هـ

∴ أ ب = هـ د

**(٨) العمل : نرسم** $\overline{\text{م ع}}$ ⊥ $\overline{\text{هـ و}}$

**البرهان :** $\overline{\text{م ع}}$ ⊥ $\overline{\text{هـ و}}$

∴ ع **منتصف** $\overline{\text{هـ و}}$

∴ ع هـ = ع و

∵ س ، ص **منتصفا** $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$

∴ $\overline{\text{م ع}}$ ⊥ $\overline{\text{س ص}}$ ، $\overline{\text{م ص}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ ،

، ∵ أ ب = أ حـ

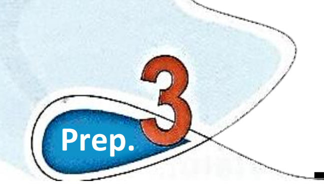
∴ م س = م ص

**فى** Δ م س ص ∵ م س = م ص ، $\overline{\text{م ع}}$ ⊥ $\overline{\text{س ص}}$

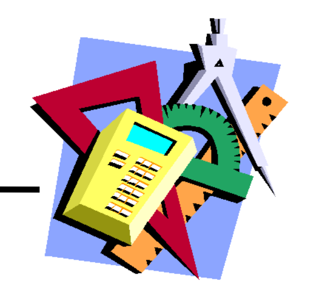
∴ ع **منتصف** $\overline{\text{س ص}}$ ∴ س ع = ص ع

∴ ع هـ - ع س = ع و – ع ص

∴ س هـ = ص و





(٩) ∵ الدائرتان م ، ن متقاطعتان فى أ ، ب

∴ م ن ⊥ أ ب

فى الدائرة ن ∵ س منتصف أ جـ

∴ ن س ⊥ أ جـ

∵ ن ص ⊥ أ ب ، أ ب = أ حـ

∴ ن ص = ن س

(١٠) ∵ هـ منتصف أ ب

∴ م هـ ⊥ أ ب

∵ أ ب // جـ د ، هـ و قاطع

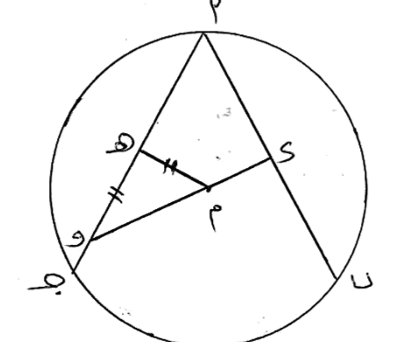


∴ ق (< أ هـ م ) = ق (< هـ و د ) = ٩٠ ° "بالتبادل "

∴ م و ⊥ جـ د

∴ و منتصف جـ د

∴ و حـ = و د



(١١) ∵ د ، هـ منتصفا أ ب، أ جـ

∴ م د ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ جـ

فى Δ م هـ و ∵ م هـ = هـ و

∴ ق (< هـ م و) = ق (< و) = (١٨٠° - ٩٠°) ÷ ٢ = ٤٥°

فى Δ أ د و ق (د̂) = ٩٠° ، ق (و̂) =٤٥°

∴ ق ( أ̂ ) =١٨٠ ° - (٤٥° + ٩٠ ° ) = ٤٥ °



**(١٢) العمل : نرسم جـ و ، م د**

∵ جـ د // أ ب ، جـ س ⊥ أ ب ، د ص ⊥ أ ب



∴ الشكل جـ س ص د مستطيل

∴ جـ س = د ص

في Δ Δ جـ س م ، د ص م

∵ جـ س = د ص

ق ( < س ) = ق ( < ص ) = ٩٠°

جـ م = د م = نق

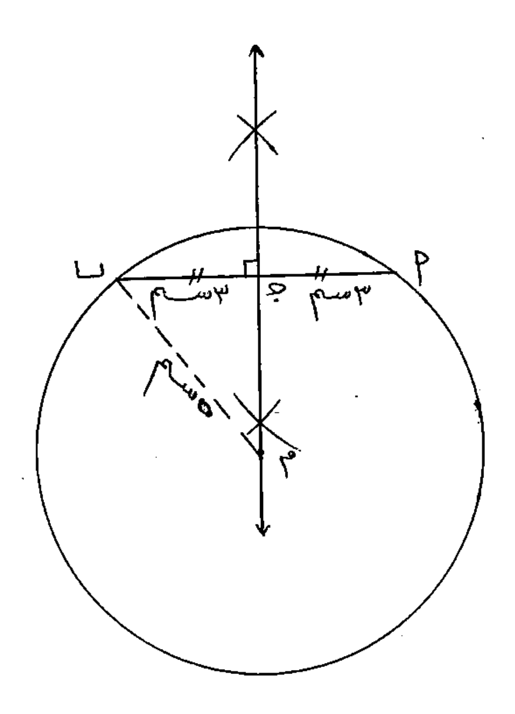
∴ Δ جـ س م ≡ Δ د ص م

∴ م س = م ص

، ∵ م أ = م ب = نق

∴ م أ – م س = م ب – م ص

∴ أ س = ص ب



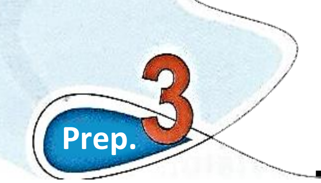

**( ١٣ )** ∵ جـ منتصف أ ب

∴ أ جـ = جـ ب = ٣سم

∵ Δ م ب جـ قائم الزاوية في جـ

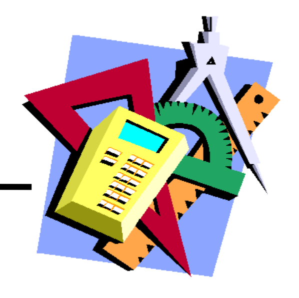
∴ جـ م = $\sqrt{(٥)^٢ - (٣)^٢}$

= ٤سم

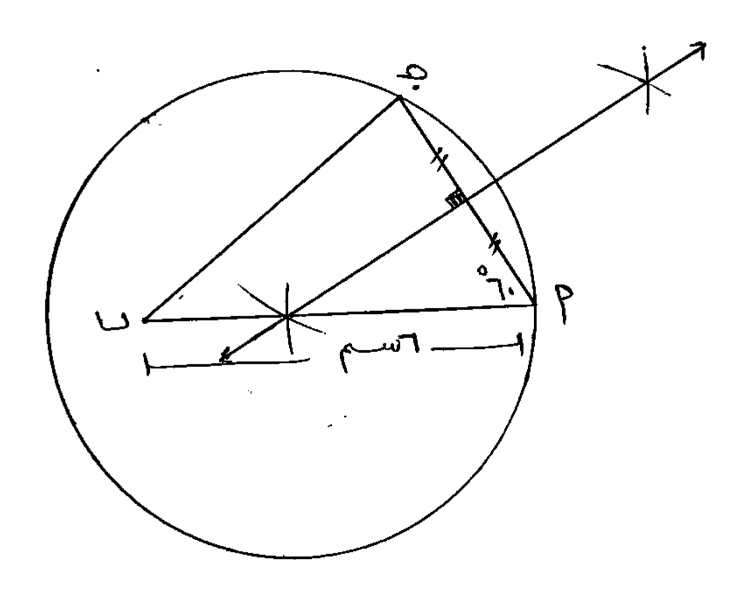




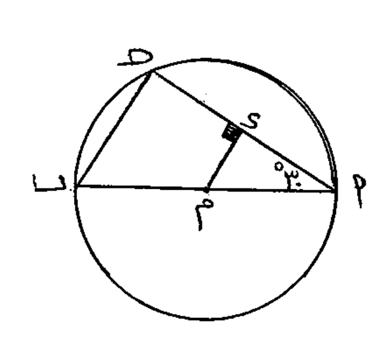




**( ١٤ )**




**(١٥)** ∵ $\overline{\text{م د}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$  ∴ د منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$




∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ∴ م منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

∴ $\overline{\text{م د}}$ // $\overline{\text{جـ ب}}$

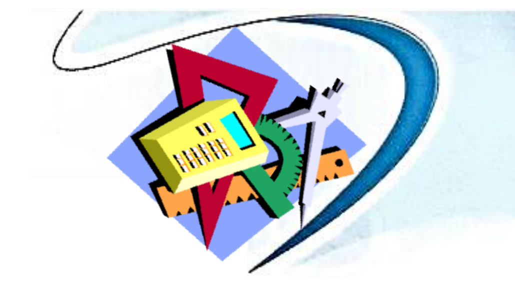
∵ $\overline{\text{م د}}$ // $\overline{\text{جـ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ قاطع

∴ ق (< أ د م ) = ق (< جـ ) = ٩٠° " بالتناظر "

فى Δ أ هـ ب

∵ ق (< هـ ) = ٩٠° ، ق (< أ ) = ٣٠°

∴ جـ ب = $\frac{١}{٢}$ أ ب = $\frac{١}{٢}$ × ٢ نق = نق



**(١٦) فى Δ أ م جـ**

**∵ ق ( أ̂ ) = ٢٠° ، ق( م جـ̂ أ ) =٩٠°**

**∴ ق ( أ م̂ جـ ) =١٨٠° – (٩٠° + ٢٠°) = ٧٠°**

**∴ ق ( أ د⌒ ) = ٧٠°**

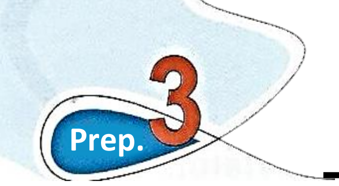
**∵ م أ = م ب = نق**

**∴ ق ( أ̂ ) = ق ( م ب̂ جـ ) =٢٠°**

**∴ ق ( د م̂ ب ) =١٨٠° – (٩٠° + ٢٠°) = ٧٠°**

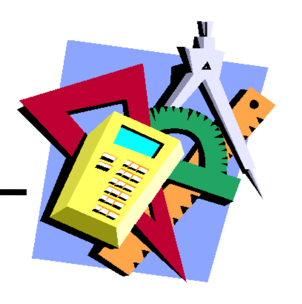
**∴ ق ( د ب⌒ ) =٧٠°**

**∴ ق ( د هـ̂ ب ) المحطية = $\frac{1}{2}$ ق (د ب⌒ ) = ٣٥°**









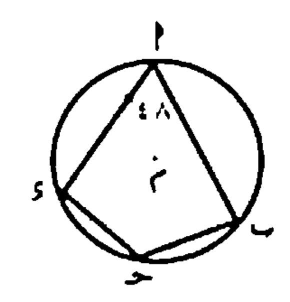
# الجزء الثاني

## الأسئلة

**أولا:أكمل ما يلى :**

١ـ فى الشكل الرباعي الدائرى تكون الزاويتان المتقابلتان .........................

٢ـ فى الشكل المقابل:



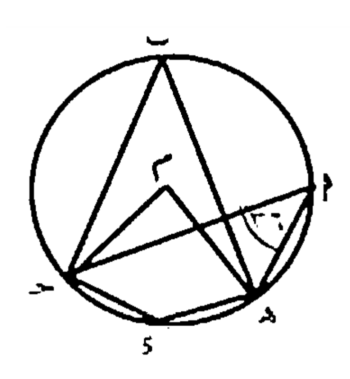

إذا كانت م دائرة ، ق ( أ̂ ) = ٤٨° ،

فإن : أولاً: ق ( جـ⌒ ) = ................

ثانيًا : ق (ب د⌒ الأكبر ) = ...........

٣- يكون الشكل رباعيًا دائريًا إذا وجدت زاوية خارجة عند أي رأس من رؤوسة قياسها يساوي .................. الزاوية المقابلة للمجاورة لها.

٤ـ فى الشكل المقابل:




إذا كانت ق (جـ أ̂ هـ) = ٣٦° فإن :

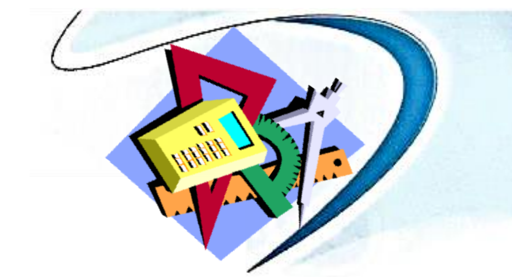
(أ) ق (هـ بَ جـ) = .........°

(ب) ق (هـ م̂ جـ) = .........°

(ج) ق (هـ د̂ جـ) = .........°

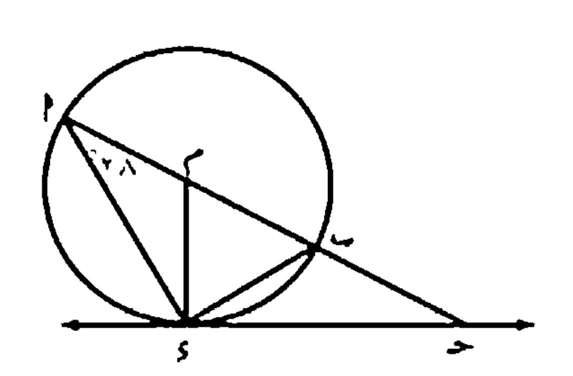
٥) الزاويتان المحيطتان المرسومتان على قوس واحد في دائرة يكونان ............

٦) ارتفاعات المثلث ....................



٧) في الشكل المقابل:

$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ مماس لها ،




ق (ب $\hat{\text{أ}}$ د) = ٢٨°

أكمل ما يأتى:

أولاً: ق (ب $\hat{\text{د}}$ م) = ............... °

ثانيًا: ق (ب $\hat{\text{م}}$ د) = ............... °

ثالثاً: ق(ب $\hat{\text{د}}$ جـ) =............... °

رابعًا : ق ( $\overset{\frown}{\text{أ د}}$ ) = ............... °

خامسًا: ق ($\hat{\text{جـ}}$) = $\frac{1}{2}$ [ ق ($\overset{\frown}{.....}$) – ق ($\overset{\frown}{.....}$)]



٨) قياس الزاوية المماسية يساوى ............. الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس.

٩) عدد المماسات المشتركة المرسومة للدائراتين متباعدتين يساوي ................

١٠) مركز الدائرة الداخلة لآى مثلث هو نقطة تقاطع .............................

**ثانيًا: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:**

١) فى الشكل المقابل:

$\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب د}}$ وتران فى دائرة متقاطعان في هـ ،

ق ($\hat{\text{أ}}$)= ٣٥° ، ق (أ $\hat{\text{هـ}}$ د) = ١١٥°

فإن ق ( $\overset{\frown}{\text{أ د}}$ ) يساوى :

(أ) ٧٠°　　　(ب) ٨٠°　　　(ج) ١١٥°　　　(د) ١٦٠°

٢) في الشكل المقابل :

إذا كان أ ب ، جـ د وتران فى دائرة فإن ق (د أ ب) يساوى: ..............

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (ج) ٦٠° (د) ٧٠°

٣) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة دائمًا:

(أ) متساويتان في الطول. (ب) غير متساويتين

(ج) متعامدتان (د) متوازيتان

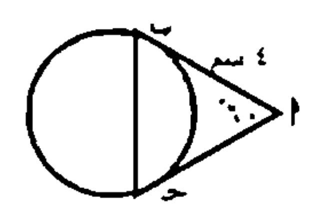
٤) الزاوية المماسية هى زاوية محصورة بين:

(أ) وتران (ب) مماسان (ج) وتر ومماس (د) وتر وقطر

٥) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتى المركز تساوي:

(أ) صفر (ب) واحد (ج) اثنان (د) ثلاثة

٦) فى الشكل المقابل:



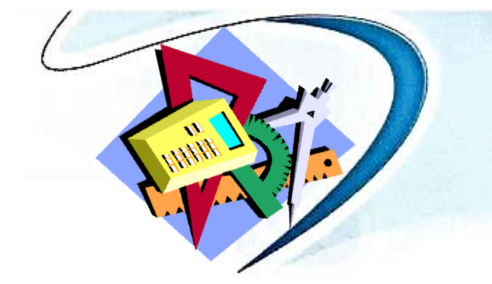

أ ب ، أ جـ مماسان ، ق ( أ ) = ٦٠° ،

فإذا كان أب = ٤سم فإن طول جـ ب تساوى :

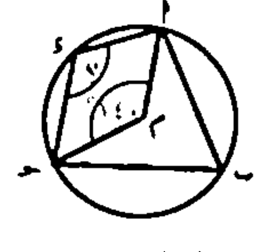
(أ) ٣سم (ب) ٤سم (ج) ٥سم (د) ٨ سم

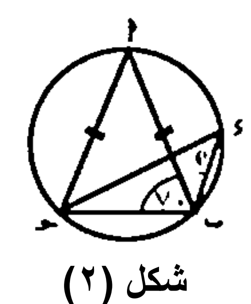
٧) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل تساوي:

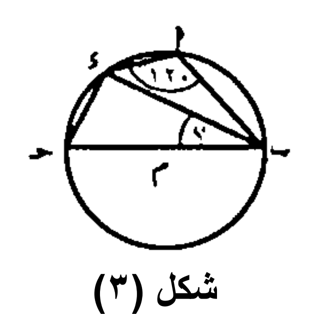
(أ) واحد (ب) اثنان (ج) ثلاثة (د) أربعة



٨) مستعينا بالأشكال الآتية اختر الإجابة الصحيحة:


شكل (١)


شكل (٢)


شكل (٣)

**شكل(١):** إذا كانت ق (أ مˆ جـ) = ١٤٠° فإن ق (أ دˆ جـ) تساوى:

(أ) ٤٠° (ب) ٧٠° (ج) ١١٠° (د) ١٤٠°

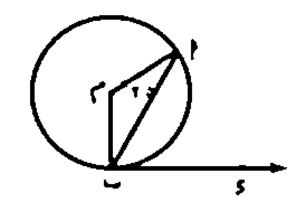
**شكل(٢):** إذا كانت ق (أ ب⌒ جـ) = ٧٠° فإن ق (ب دˆ جـ) تساوى:

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠° (ج) ٦٠° (د) ٩٠°

**شكل(٣):** إذا كانت ق (ب أˆ د) = ١٢٠° فإن ق (جـ ب⌒ د) تساوى:

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (ج) ٤٥° (د) ٦٠°

٩) فى الشكل المقابل:

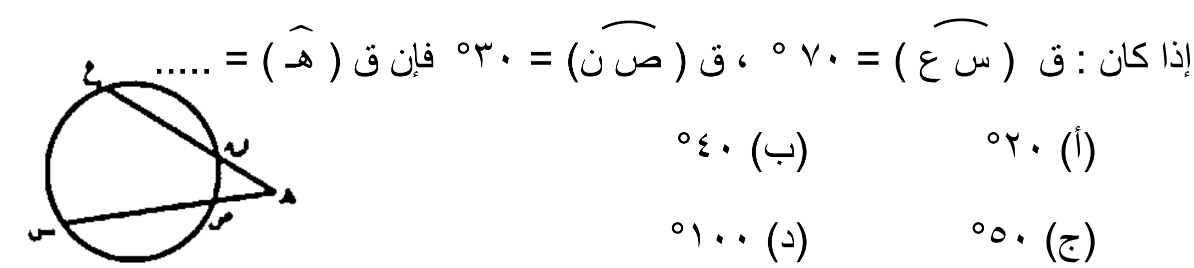


إذا كان ب د ← مماس للدائرة م ،

ق (ب أˆ م) = ٢٥° فإن ق (أ ب⌒ د) تساوى:

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠° (ج) ٦٥° (د) ١٣٠°

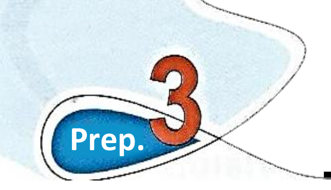
١٠) فى الشكل المقابل:



إذا كان : ق ( س ع⌒ ) = ٧٠ ° ، ق ( ص ن⌒ ) = ٣٠° فإن ق ( هـˆ ) = .....

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠°

(ج) ٥٠° (د) ١٠٠°









## ثالثاً: تمارين متنوعة:

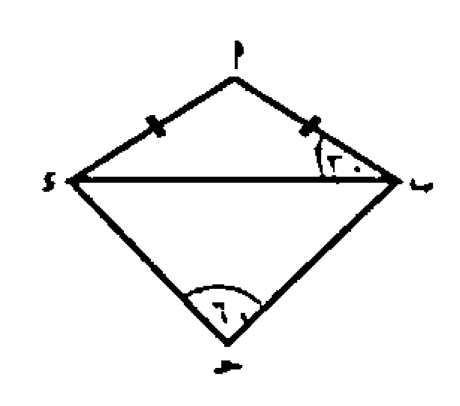
(١) (أ) اثبت أنه إذا كان الشكل الرباعي دائريًا فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.



(ب) فى الشكل المقابل:



أ ب جـ د شكل رباعي فيه:




أب = أ د ، ق (أ ب د) = ٣٠° ،

ق (جـ) = ٦٠° ،

أثبت أن: الشكل أ ب جـ د رباعي دائري.

(٢) أ ب جـ د شكل رباعي دائري فيه أ ب // د جـ ، هـ منتصف أ ب أثبت أن هـ جـ = هـ د .

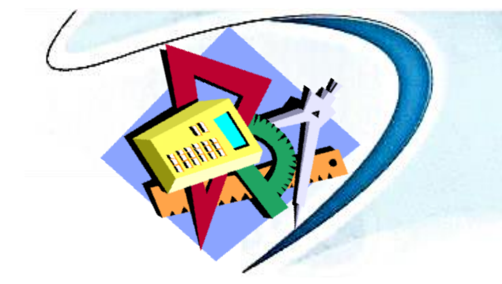
(٣) أ ب جـ مثلث حاد الزوايا مرسوم داخل دائرة ، رسم أ د ⊥ ب جـ ليقطع ب جـ في د ويقطع الدائرة في هـ . رسم جـ ن ⊥ أ ب ليقطع أ ب فى ن . أثبت أن :

أولا: الشكل أ ن د جـ رباعي دائرى.     ثانيًا: ق(ب ن د) = ق (ب هـ د)

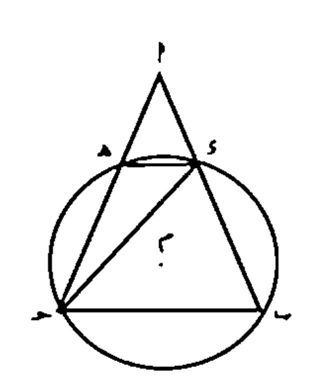
(٤) أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة ، د نقطة على أ ب ، أخذت نقطة هـ على د جـ بحيث أ د = د هـ . أثبت أن:

أولاً: أ د هـ مثلث متساوي الأضلاع.     ثانيًا: د ب // أ هـ

ثالثاً: ق (د جـ ب) = ق (هـ أ حـ)     رابعًا: د ب = هـ جـ



**(٥) فى الشكل المقابل :**




أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ

ب جـ وتر فى الدائرة م ،

أ ب ، أ جـ يقطعان الدائرة فى د، هـ.

أثبت أن : ب جـ // د هـ

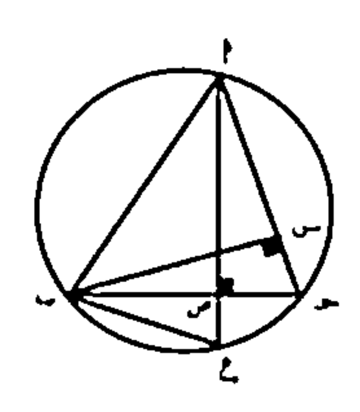


وإذا كان ق (د جـ أ)= ٣٠° ، ق ( أ ) = ٥٠° .

أوجد أولاً: ق (ب هـ جـ) ثانيًا : ق (ب م جـ) ثالثاً: ق (جـ د هـ)

(٦) (أ) أثبت أن الزاويا المحيطية التى تحصر نفس القوس في الدائرة متساوية في القياس.

**(ب) في الشكل المقابل:**




أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ،

ب س ⊥ أ جـ ، أ ص ⊥ ب جـ

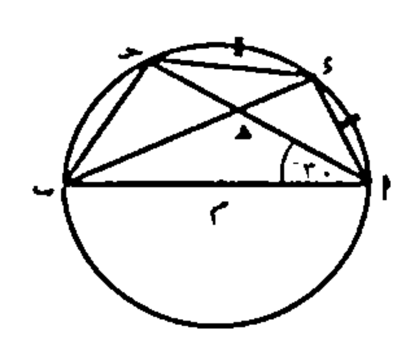
يقطعه في ص ، ويقطع الدائرة في ع ، أثبت أن:

أولاً: الشكل أ ب ص س رباعي دائرى .



ثانيًا: ب جـ ينصف (س ب ع).

**(٧) فى الشكل المقابل:**




أ ب قطر فى الدائرة م ، حـ ∋ للدائرة ،

ق (جـ أ ب)= ٣٠° ، د منتصف أ جـ ،

د ب ∩ أ جـ = { هـ }

أولاً: أوجد ق (ب د جـ) ، ق (أ ب د)

ثانيًا : أثبت أن Δ أ ب هـ متساوي الساقين.

**٨) فى الشكل المقابل:**



أ ب قطر فى الدائرة م ، د منتصف أ جـ

، رسم د م فقطع الدارة فى هـ ،

رسم ب و مماس للدائرة فقطع أ جـ فى و . أثبت أن:

أولاً: الشكل م ب و د رباعي دائرى . ثانيًا : د هـ // ب جـ

**٩) فى الشكل المقابل :**

ق (ب أ جـ) = ق (ب د جـ) = ٩٠°

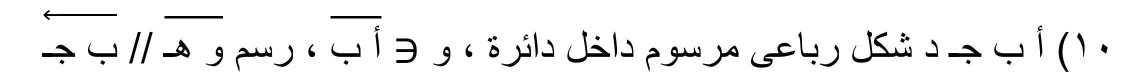
هـ منتصف ب جـ ، ق (أ هـ د)= ٤٨°

اولاً: أوجد ق (أ ب د).



ثانيًا: اثبت ان : (أ) ق (أ ب د) = ق (أ جـ د)

(ب) ق (أ هـ جـ) = ٢ ق (أ ب جـ)



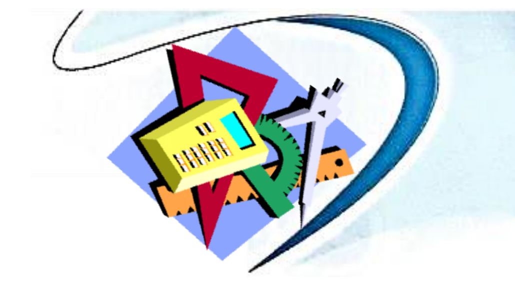
١٠) أ ب جـ د شكل رباعى مرسوم داخل دائرة ، و ∈ أ ب ، رسم و هـ // ب جـ

يقطع جـ د فى هـ ، د و ∩ جـ ب = { س } . أثبت أن:

أولاً: الشكل أ و هـ د رباعى دائرى. ثانيًا: ق (ب س و)= ق (هـ أ د)

١١) أ نقطة خارج دائرة رسم أ ب يقطع الدائرة فى ب ، جـ على الترتيب ، رسم أ د يقطع الدائرة فى د ، هـ على الترتيب، فإذا كان أ جـ = أ هـ.

أثبت أن : أولاً: ب د // جـ هـ ثانيًا : ق (ب جـ) = ق (د هـ)



**١٢) فى الشكل المقابل:**

نصف دائرة مركزها م ،

أ د // ب جـ ، أ ب = ب د .

أثبت أن : الشكل أ ب جـ د متوازى أضلاع.



**١٣) فى الشكل المقابل:**

أ ب جـ د شكل رباعى مرسوم داخل الدائرة م ،

أ س ينصف ب أ̂ جـ ، د ص ينصف ب د̂ جـ أثبت أن :

أولا: الشكل أ س ص د رباعي دائرى.

ثانيًا: س ص // ب جـ

**١٤) فى الشكل المقابل :**

ق ( جـ⌒ ) = ٧٠° ،

طول جـ د⌒ = طول ب جـ⌒ ،

م ن ∩ جـ د = { هـ } .

د أ ∩ الدائرة م = { هـ }

أوجد بالبرهان : ق (ب د̂ جـ) ، ق (ب أ̂ د) ، ق (ب م̂ هـ) .

١٥) أ ب قطر فى دائرة مركزها م ، د ∈ أ ب ، د ∉ أ ب، رسم د جـ مماس للدائرة في جـ ، رسم جـ ب ، أخذت نقطة هـ عليه بحيث د هـ = د جـ ، أثبت أن:

أولاً: الشكل ا جـ د هـ رباعي دائرى.

ثانيًا : أ هـ قطر للدائرة الخارجة للشكل أ جـ د هـ.

ثالثاً: د هـ مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب هـ.

# الإجابات

**أولا : أكمل ما ياتى :**

١) متكاملتان ٢) ١٣٢° ، ٢٦٤° ٣) قياس

٤) ٣٦° ، ٧٢° ، ١٤٤° ٥) متساويان فى القياس ٦) تتقاطع جميعًا في نقطة واحدة.

٧) ٦٢° ، ٥٦° ، ٢٨° ، ١٢٤° ، ق (أ د⌢) ، ق (ب د⌢)

٨) نصف قياس ٩) ٤ ١٠) منصفات زواياه الداخله.

**ثانيًا : اختر الإجابة الصحيحة:**

١) ١٦٠° ٢) ٤٠° ٣) متساويان فى الطول

٤) وتر ومماس ٥) صفر ٦) ٤سم.

٧) واحد ٨) ١١٠° ، ٤٠° ، ٣٠° ٩) ٦٥° ١٠) ٢٠°

**ثالثا : تمارين متنوعة :**

١) أ) اثبات نظرية.

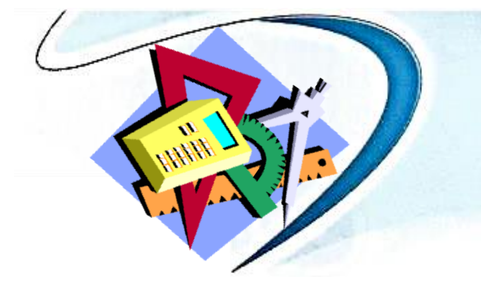
ب) فى Δ أ ب د ∵ أ ب = أ د

∴ ق (< أ ب د) = ق (< أ د ب) = ٣٠°

∴ ق (< أ) = ١٨٠° - (٣٠° + ٣٠° ) = ١٢٠°

∴ ق (< أ) + ق (< جـ) = ١٢٠° + ٦٠° = ١٨٠°

∴ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى .



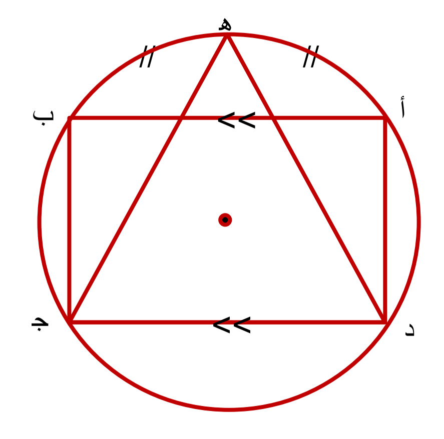
٢) ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$

∴ ق ( $\overset{\frown}{\text{أ د}}$ ) = ق ( $\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$ )

∵ ق ( $\overset{\frown}{\text{أ هـ}}$ ) = ق ( $\overset{\frown}{\text{هـ ب}}$ )

بالجمع: ∴ ق (< هـ أ د) = ق (< هـ ب جـ)

∴ هـ د = هـ جـ




٣) ∵ ق (< أ د جـ) = ق (< أ ن جـ) = ٩٠°

" وهما مرسومتان على القاعدة

$\overline{\text{أ جـ}}$ وفي جهة واحدة منها"

∴ الشكل أ ن د جـ رباعي دائرى.

∵ (< ب ن د) خارجة عن الشكل الرباعي الدائري أ ن د جـ

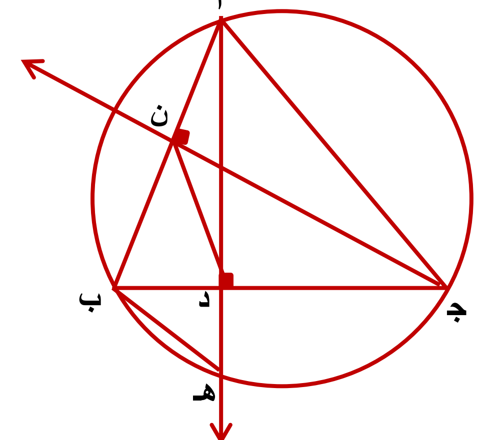
∴ ق (< ب ن د) = ق (< د جـ أ) ——— (١)

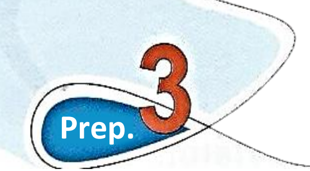
∵ (< ب هـ أ)، (< ب جـ أ) محطيتان مشتركتان في ( $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ ) .

∴ ق (< ب هـ د) = ق (< ب جـ أ) ——— (٢)

من (١) ، (٢)

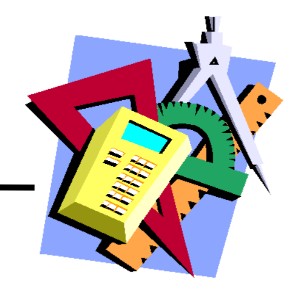
∴ ق(< ب ن د) = ق (< ب هـ د)











٤) ∵ أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع

∴ ق (< أ ب جـ) = ٦٠°

∵ ق (< أ ب جـ) = ق (< أ د جـ) = ٦٠°

"محطيتان مشتركتان في (أ جـ) "

، ∵ د أ = د هـ

∴ Δ أ د هـ متساوي الأضلاع.

∵ ق (< ب د جـ) = ق (< ب أ جـ) = ٦٠° " محطيتان مشتركتان في (ب جـ)"

∴ ق (< أ هـ د) = ق (< ب د جـ) = ٦٠° " وهما فى وضع تبادل"

∴ أ هـ // د ب

∵ ق (< ب أ جـ) = ق (< هـ أ د) = ٦٠° بطرح ق (< ب أ هـ) من الطرفين.

∴ ق(< د أ ب) = ق (< هـ أ جـ)

، ∵ ق (< د جـ ب) = ق (< د أ ب) "محطيتان مشتركتان فى ( د ب)"

∴ ق (< هـ أ جـ) = ق (< د جـ ب)

فى ΔΔ أ د ب ، أ هـ جـ

∵ ق (<أ د ب) = ق (< أ هـ جـ) = ١٢٠°

ق (< د أ ب) = ق (< هـ أ جـ)

أ د = أ هـ

∴ Δ أ د ب ≡ Δ أ هـ جـ . ∴ د ب = هـ جـ



٥) فى Δ أ ب جـ ∵ أ ب = أ جـ

∴ ق (< ب) = ق (< أ جـ ب) ________ (١)

∵ (< أ هـ د) خارجة عن الشكل الرباعي الدائرى د هـ جـ ب .

∴ ق (< أ هـ د) = ق (< ب) ________ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق (<أ هـ د) = ق(< أ جـ ب) وهما فى وضع تناظر.

∴ $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

∵ (< ب د جـ) خارجة عن Δ أ د جـ .

∴ ق (< ب د جـ) = ٥٠° + ٣٠° = ٨٠°

∴ ق (< ب د جـ) = ق (< ب هـ جـ) = ٨٠° "محطيتان مشتركتان فى (ب جـ)"

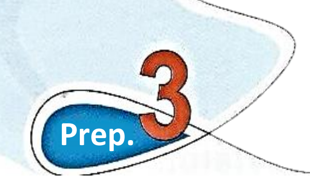
، ∴ ق (< ب م جـ) المركزية = ٢ق (< ب د جـ) المحيطية = ٢ × ٨٠° = ١٦٠°

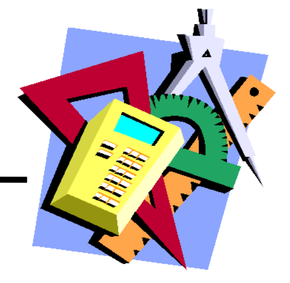
" مشتركتان فى ( ب جـ) "

∵ ق (< أ ب جـ) = ق (< أ جـ ب) = (١٨٠° - ٥٠°) ÷ ٢ = ٦٥°

∴ ق (< د جـ ب) = ٦٥° - ٣٠° = ٣٥°

∴ ق (< د جـ ب) = ق (< هـ د جـ) = ٣٥° "بالتبادل"



٦) أ) أثبات نظرية

ب) ∵ ق (< أ س ب) = ق (< أ ص ب) = ٩٠°

"وهما مرسومتان على القاعدة $\overline{\text{أ ب}}$ وفى جهة واحدة منها".

∴ الشكل أ ب ص س رباعي دائرى.

∴ ق (< س أ ص) = ق ( < س ب ص) "محيطتان مشتركتان فى ( $\overset{\frown}{\text{س ص}}$)"

∵ ق (< جـ أ ع) = ق (< جـ ب ع) "محطيتان مشتركتان فى ( $\overset{\frown}{\text{جـ ع}}$) "

∴ ق (< جـ ب ع) = ق (< س ب جـ)

∴ $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ينصف ق(< س ب ع) .

٧) ∵ ق (< جـ د ب) = ق( جـ أ ب) = ٣٠° "محطيتان مشتركتان فى ($\overset{\frown}{\text{جـ ب}}$) "

∴ ق (ب جـ) = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، ∵ د منتصف ($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$)

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ د}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{د جـ}}$) = (١٨٠° - ٦٠°) ÷ ٢ = ٦٠°

∴ ق (< أ ب د) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{\text{أ د}}$) = ٣٠°

∵ ق (< هـ أ ب) = ق(< هـ ب أ) = ٣٠°

∴ Δ أ ب هـ متساوى الساقين.



٨) ∵ د منتصف أ جـ      ∴ م د ⊥ أ جـ

∵ ب و مماس للدائرة م عند ب.      ∴ ب و ⊥ أ ب

∵ ق (∠ و ب م) + ق (∠ م د جـ) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

∴ الشكل م ب و د رباعي دائرى.

∵ أ ب قطر فى الدائرة م.      ∴ ق (∠ أ جـ ب) = ٩٠°

∵ ق (∠ أ جـ ب) = ق (∠ أ د هـ) = ٩٠°      "وهما فى وضع تناظر".

∴ جـ ب // د هـ

٩) ∵ ق (∠ ب أ جـ) = ق (∠ ب د جـ) = ٩٠°

"وهما مرسومتان على القاعدة ب جـ وفى جهة واحدة منها".

∴ الشكل أ ب جـ د رباعي دائرى.

∵ ق(∠ ب أ جـ) المحيطية = ٩٠°

∴ ب جـ قطر للدائرة الخارجة للشكل أ ب جـ د.

∵ هـ منتصف ب جـ      ∴ هـ مركز الدائرة

∴ ق(∠ أ ب د) المحيطية = ١/٢ ق (∠ أ هـ د) المركزية = ١/٢ × ٤٨° = ٢٤°

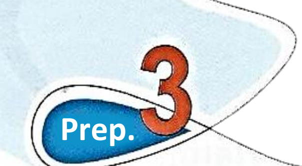
"ومشتركتان فى (أ د)".

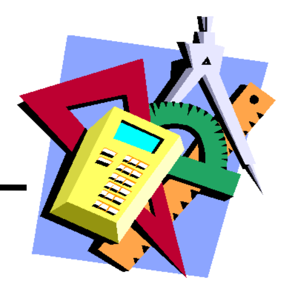
∵ (∠ أ ب د) ، (∠ أ جـ د) محطيتان مشتركتان فى (أ د)

∴ ق(∠ أ ب د) = ق(∠ أ جـ د)

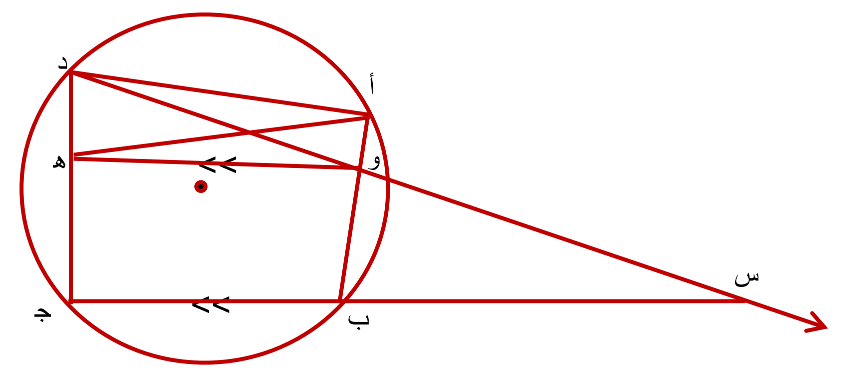
∵ (∠ أ هـ جـ) مركزية ، (∠ أ ب جـ) محيطية مشتركتان فى (أ جـ)

∴ ق (∠ أ هـ جـ) = ٢ق (∠ أ ب جـ)





١٠)




∵ أ ب جـ د شكل رباعى دائرى.

∴ ق (< أ ) + ق (< جـ) = ١٨٠° ___________ (١)

∵ و هـ // ب جـ ، جـ د قاطع.

∴ ق(< جـ ) = ق (< و هـ د) "بالتناظر ". ___________ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق (< أ) + ق (< و هـ د) = ١٨٠°

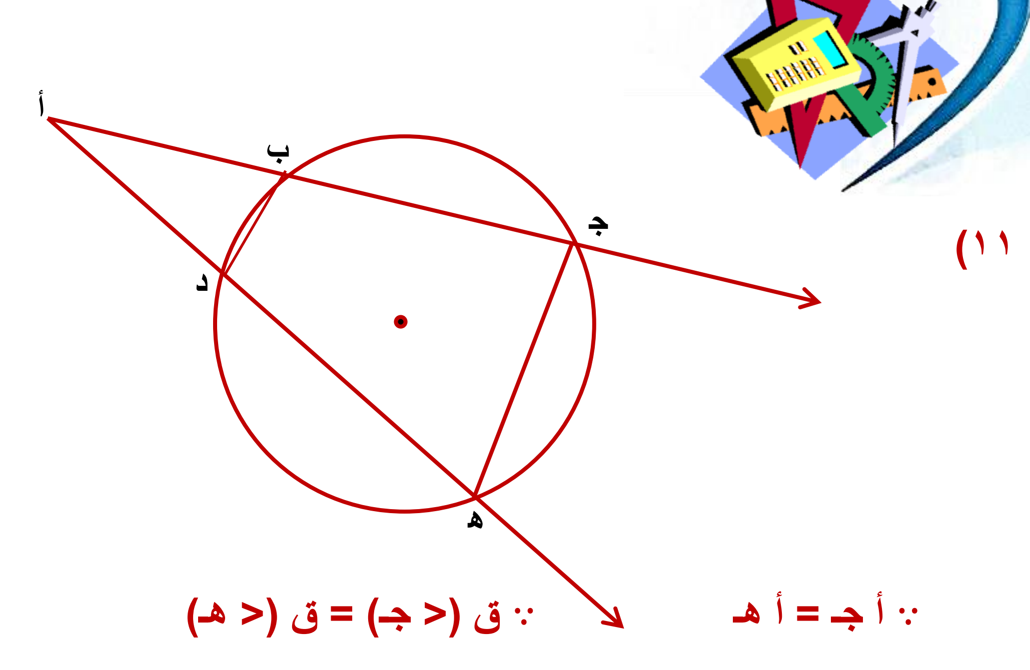
∴ الشكل أ و هـ د رباعي دائرى.

∴ ق(< د أ هـ) = ق (< د و هـ) "محطيتان مشتركتان فى (د هـ)".

∵ ق(< د و هـ ) = ق (< س) "بالتناظر"

∴ ق (< د أ هـ) = ق (< ب س و)

(١١)




∵ أ جـ = أ هـ        ∵ ق (< جـ) = ق (< هـ)

∵ الشكل ب د هـ جـ رباعي دائرى.

∴ ق (< أ ب د) الخارجة = ق(< هـ)

∴ ق (< أ ب د) = ق(< جـ)        وهما فى وضع تناظر

∴ ب د // جـ هـ

∵ ق(< جـ) = ق(< هـ)

∴ ق ( ب د هـ) = ق(جـ ب د)        بطرح ق (ب د) من الطرفين.

∴ (جـ ب) = ق (هـ د)

(١٢) ∵ أ ب = ب د        ∴ ق (< أ ) = ق( < د)

∵ ق(< د) = ق(< جـ)        "محطيتان مشتركتان فى (ب هـ)"

∴ ق (< أ ) = ق( < جـ)

∵ أ هـ // ب جـ ، أ ب قاطع

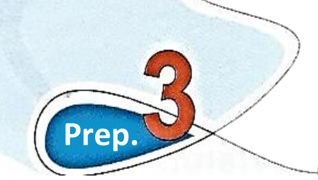
∴ ق (< أ ) + ق( < أ ب جـ) = ١٨٠° "داخلتان و فى جهة واحدة من القاطع.

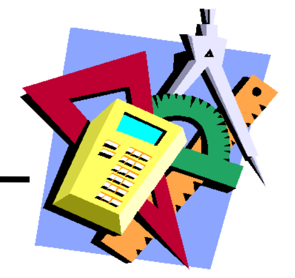
∴ ق (< جـ ) + ق( < أ ب جـ) = ١٨٠° "وهما داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع.

∴ أ ب // هـ جـ

فى الشكل أ ب جـ هـ

∵ أ ب // هـ جـ ، أ هـ // ب جـ قاطع        ∴ الشكل أ ب جـ هـ متوازى أضلاع.



١٣) ∵ ق (< ب أ جـ) = ق (< ب د جـ)  "محطيتان مشتركتان فى (ب جـ)"

، ∵ أ س ينصف (< ب أ جـ) ، د ص ينصف (< ب د جـ).

∴ ق (< س أ ص) = ق (< س د ص)

"وهما مرسومتان على القاعدة س ص وفى جهة واحدة منها".

∴ الشكل أ س ص د رباعي دائرى .

∴ ق (< د أ ص) = ق(< د س ص)  "محطيتان مشتركتان فى (د ص) "

∵ ق(< د أ جـ) = ق (< د ب هـ)  "محطيتان مشتركتان فى (د جـ) "

∴ ق(< د س ص) = ق(< د ب جـ)  "وهما فى وضع تناظر"

∴ س ص // ب جـ

١٤) ∵ طول (جـ د) = طول (ب جـ)

∴ (جـ د) = ق (ب جـ)

∴ جـ د = جـ ب

∴ ق(< جـ د ب) = ق (< د ب جـ) = (١٨٠° - ٧٠°) ÷ ٢ = ٥٥°

∵ الشكل أ ب جـ د رباعي دائرى

∴ ق (< أ) = ١٨٠° - ٧٠° = ١١٠°

∵ (< هـ أ ب) خارجة عن الشكل الرباعي الدائرى أ ب جـ د .

∴ ق(< هـ أ ب) = ق (< جـ) = ٧٠°

∴ ق(< هـ م ب) المركزية = ٢ق (< هـ أ ب) المحيطية = ٢ × ٧٠° = ١٤٠°

"مشتركتان فى (ب هـ)"



١٥)

∵ د جـ = د هـ

∴ ق(< د جـ هـ) = ق (< د هـ جـ)

∵ د جـ مماس للدائرة م عند جـ.

∴ ق(< د جـ ب) المماسية = ق (< جـ أ ب) المحيطية مشتركتان فى ( ب جـ).

∴ ق (< جـ أ د) = ق (< جـ هـ د)

"وهما مرسومتان على القاعدة جـ د وفى جهة واحدة منها"

∴ الشكل أ جـ د هـ رباعي دائرى .

∵ أ ب قطر فى الدائرة م

∴ ق (< أ جـ ب) = ٩٠°

∴ ق (< أ جـ هـ) = ٩٠°

∴ أ هـ قطر للدائرة الخارجة للشكل أ جـ د هـ .

∵ ق (< د أ هـ) = ق (د جـ هـ) "محطيتان مشتركتان فى (د هـ)".

، ∵ ق (< د جـ هـ) = ق(< د هـ جـ)

∴ ق (< ب أ هـ) = ق (< دهـ ب)

∴ د هـ مماس للدائرة المارة بروؤس المثلث أ ب هـ .